

Libreremo

Questo libro è il frutto di un percorso di lotta per l'accesso alle conoscenze e alla formazione promosso dal **CSOA Terra Terra**, **CSOA Officina 99**, **Get Up Kids!**, **Neapolis Hacklab**. Questo libro è solo uno dei tanti messi a disposizione da **LIBREREMO**, un portale finalizzato alla condivisione e alla libera circolazione di materiali di studio universitario (e non solo!).

Pensiamo che in un'università dai costi e dai ritmi sempre più escludenti, sempre più subordinata agli interessi delle aziende, **LIBREREMO** possa essere uno strumento nelle mani degli studenti per riappropriarsi, attraverso la collaborazione reciproca, del proprio diritto allo studio e per stimolare, attraverso la diffusione di materiale controinformativo, una critica della proprietà intellettuale al fine di smascherarne i reali interessi.

I diritti di proprietà intellettuale (che siano brevetti o copyright) sono da sempre – e soprattutto oggi - grosse fonti di profitto per multinazionali e grandi gruppi economici, che pur di tutelare i loro guadagni sono disposti a privatizzare le idee, a impedire l'accesso alla ricerca e a qualsiasi contenuto, tagliando fuori dalla cultura e dallo sviluppo la stragrande maggioranza delle persone. Inoltre impedire l'accesso ai saperi, renderlo possibile solo ad una ristretta minoranza, reprimere i contenuti culturali dal carattere emancipatorio e proporre solo contenuti inoffensivi o di intrattenimento sono da sempre i mezzi del capitale per garantirsi un controllo massiccio sulle classi sociali subalterne.

L'ignoranza, la mancanza di un pensiero critico rende succubi e sottomette alle logiche di profitto e di oppressione: per questo riappropriarsi della cultura – che sia un disco, un libro, un film o altro – **è un atto cosciente caratterizzato da un preciso significato e peso politico**. Condividere e cercare canali alternativi per la circolazione dei saperi significa combattere tale situazione, apportando benefici per tutti.

Abbiamo scelto di mettere in condivisione proprio i libri di testo perché i primi ad essere colpiti dall'attuale repressione di qualsiasi tipo di copia privata messa in atto da SIAE, governi e multinazionali, sono la gran parte degli studenti che, considerati gli alti costi che hanno attualmente i libri, non possono affrontare spese eccessive, costretti già a fare i conti con affitti elevati, mancanza di strutture, carenza di servizi e borse di studio etc...

Questo va evidentemente a ledere il nostro diritto allo studio: le università dovrebbero fornire libri di testo gratuiti o quanto meno strutture e biblioteche attrezzate, invece di creare di fatto uno sbarramento per chi non ha la possibilità di spendere migliaia di euro fra tasse e libri originali... Proprio per reagire a tale situazione, senza stare ad aspettare nulla dall'alto, invitiamo tutt* a far circolare il più possibile i libri, approfittando delle enormi possibilità che ci offrono al momento attuale internet e le nuove tecnologie, appropriandocene, liberandole e liberandoci dai limiti imposti dal controllo repressivo di tali mezzi da parte del capitale.

Facciamo fronte comune davanti ad un problema che coinvolge tutt* noi! Riappropriamoci di ciò che è un nostro inviolabile diritto!



Get Up Kids
www.get-up-kids.org



Neapolis Hacklab
www.neapolishacklab.org



csOA Terra Terra
www.csOaterraterra.org



csOA Officina 99
www.officina99.org

www.libreremo.org

Come introdurre la fisica quantistica nella scuola secondaria superiore

Elio Fabri

Dipartimento di Fisica – Università di Pisa

———— o ————

*Bohr used to say that if you aren't
confused by quantum physics, then
you haven't really understood it.*

J. A. Wheeler

Premessa

In questa nota si presenta una proposta per l'introduzione della fisica quantistica nella s.s.s., seguendo le linee già descritte in [1]. Alla stessa fonte si rimanda il lettore per una discussione delle motivazioni di alcune scelte e per commenti generali, mentre qui ci si vuole concentrare su di una più precisa indicazione di contenuti.

Quale approccio per la fisica quantistica?

La presente proposta differisce dalle linee più tradizionali in primo luogo perché non segue un approccio storico. Per le motivazioni si veda [1]; qui si vuole soltanto sottolineare che rispetto a una (presunta) ricostruzione storica si è scelto di concentrarsi sulla necessità di risolvere (o tentare di risolvere) un problema, che ora esaminiamo brevemente.

È ben noto che la fisica quantistica si caratterizza, agli occhi di chi non vi sia ben addentro, come un campo pieno di paradossi, dove non si è mai sicuri di quello che sembra più ovvio e naturale, dove accadono cose che sfidano il senso comune, ecc. È perciò essenziale mettere gli allievi al riparo da false impressioni,

* La versione 1.0 della presente nota, datata Gennaio 1993, è stata distribuita in occasione di un ciclo di lezioni al Liceo Scientifico “E. Fermi” di Massa. La versione 1.1, datata Ottobre 1993, è stata distribuita al Congresso AIF di Montesilvano (PE). La versione 1.2, datata Dicembre 1993, preparata in occasione del Convegno di Torino del GNDF, era largamente modificata e soprattutto ampliata. Questa versione, preparata dopo un corso di aggiornamento tenuto a Pisa, presenta ulteriori modifiche e ampliamenti.

e far capire subito che la fisica moderna è una scienza comprensibile, razionale, con le sue regole, il suo linguaggio, e prima di tutto i suoi *fatti*.

Il punto è centrale per ciò che segue, poiché la linea didattica che qui si presenta si basa prima di tutto su questo principio: la fisica quantistica poggia su di un insieme di *fatti*, i quali da un lato sono inconciliabili con la struttura teorica della fisica quale era conosciuta alla fine del secolo scorso, ma dall'altro — se presi per buoni, com'è inevitabile — già consentono di comprendere molte cose, di collegare tra loro campi di fenomeni; e questo anche prima di una teoria che ne dia una spiegazione unitaria e coerente.

Per soddisfare le esigenze sopra espresse si è adottata una presentazione che si sviluppa in 4 capitoli:

1. La quantizzazione come fatto
2. Statistica dei sistemi quantizzati
3. Leggi di propagazione
4. Conseguenze e applicazioni.

Esamineremo ora in successione i detti capitoli.

1. La quantizzazione come fatto

Sembra opportuno iniziare il discorso dal riconoscimento di fatto che esistono due distinte quantizzazioni:

- a) quella dei livelli atomici
 - b) quella della radiazione e. m.
- [...]

1.2. *La quantizzazione della radiazione e.m.*

Su questo tema non sembra necessario discostarsi troppo dalla linea canonica. Partiamo dall'effetto fotoelettrico, presentando in primo luogo il fenomeno nei suoi aspetti qualitativi: esistenza di una soglia, influenza dell'intensità della luce sul numero degli elettroni emessi. Si passerà poi agli aspetti quantitativi: l'effetto si presenta anche con luce molto debole (la corrente prodotta è proporzionale all'intensità della luce) e senza apprezzabile ritardo; invece l'energia dei fotoelettroni dipende solo dal colore (lunghezza d'onda) della luce.

A questo punto si potrà già osservare che i fatti sperimentali da un lato sono del tutto incompatibili con un modello ondulatorio della luce, secondo la teoria di Maxwell, mentre dall'altro si spiegano perfettamente assumendo, con Einstein, che la radiazione e.m. consiste di *quanti* (di grandezza proporzionale alla frequenza della radiazione, ma questo non può essere asserito finché non si mostra la relazione fra energia di soglia e frequenza).

Conviene rinforzare l'interpretazione corpuscolare mostrando il comportamento di un fotomoltiplicatore (FM), con luce intensa e con luce debole: nel

primo caso si ottiene una corrente costante, di grandezza proporzionale all'intensità della luce; nel secondo si vede l'arrivo dei singoli fotoni, e si capisce che la corrente costante è solo un effetto statistico, dovuto al gran numero di fotoni. Se si ritiene difficile un esperimento con FM, ci si può appoggiare sul film "I fotoni" del PSSC.

Nell'interpretazione corpuscolare della radiazione e.m. l'intensità della radiazione dà dunque una misura del numero di fotoni che incidono sul rivelatore (per unità di tempo e di superficie). Si vede anche che l'arrivo di questa "pioggia" di fotoni ha carattere *casuale*: come abbiamo già detto l'intensità ci permette di fare previsioni *statistiche*, ma l'arrivo dei fotoni è del tutto irregolare, anche nel senso che ciascun fotone arriva *indipendentemente dagli altri*. Torneremo più avanti su questo punto.

Di solito si usa l'effetto fotoelettrico per introdurre la natura corpuscolare della radiazione e il "dualismo onda-corpuscolo." Purtroppo questo dualismo è un esempio tipico di quelle cose che vanno contro il senso comune, cui si faceva riferimento all'inizio. Sembra perciò più opportuno prendere un'altra strada: anche in questo caso abbiamo dei *fatti*, che ci obbligano a prendere atto che la descrizione accettata dalla fisica dell'800 (le onde e.m.) non descrive correttamente la realtà: la luce (e la radiazione e.m. in generale) *non consiste di onde, bensì di particelle*. Si veda Feynman:

"Voglio sottolineare che la luce si presenta in forma di particelle. È molto importante sapere che la luce si comporta come particelle, specialmente per quelli tra voi che a scuola hanno sentito parlare di una luce che si comporta come onde. Io vi dico qual è il vero comportamento della luce: particelle.

"Potreste dirmi che è il FM che vede la luce come fatta di particelle; ma non è così: qualsiasi strumento abbastanza sensibile per rivelare una luce molto debole ha sempre fornito lo stesso risultato: la luce è fatta di particelle." ([2], p. 15; trad. del presente autore)

Incontreremo ancora più avanti il riferimento a Feynman: infatti l'approccio che abbiamo scelto di seguire, in quanto lo riteniamo più soddisfacente di altri, è dovuto a questo autore, che lo ha presentato in numerosi scritti, a diversi livelli [3], [4], [5], [6].

Osserviamo che Einstein arriva all'idea dei quanti di luce con un'argomentazione assai complessa, nella quale il ruolo centrale non è giocato dall'effetto fotoelettrico, bensì da considerazioni strettamente teoriche, circa i rapporti tra le leggi della termodinamica e dell'elettromagnetismo da un lato, e i dati sperimentali sulla radiazione di corpo nero *ad alte frequenze* (limite di Wien) dall'altro. L'effetto fotoelettrico, insieme ad altri fatti sperimentali, è usato da Einstein come verifica che l'ipotesi proposta è in accordo con gli esperimenti, ossia che ha un buon potere predittivo [7]. Abbiamo qui un esempio di quanto sia difficile

proporre una ricostruzione storica a fini didattici. Comunque ecco ciò che scrive Einstein nell'articolo citato:

“Secondo l'ipotesi che voglio qui proporre, quando un raggio di luce si espande partendo da un punto, l'energia non si distribuisce su volumi sempre più grandi, bensì rimane costituita da un numero finito di quanti di energia localizzati nello spazio e che si muovono senza suddividersi, e che non possono essere assorbiti od emessi parzialmente.”

Per quanto ci concerne, si può forse ritenere insufficiente l'effetto fotoelettrico come fondamento del carattere corpuscolare della radiazione e.m.: in tal caso si potrà ricorrere, a titolo di rafforzamento dell'idea, all'effetto Compton e all'esperimento di Compton e Simon. A tale scopo sarebbe però necessario introdurre diversi altri argomenti: la diffusione della radiazione e.m., forse i raggi X, la camera di Wilson come rivelatore di particelle cariche, l'impulso della radiazione. Lasciamo per ora impregiudicata, in attesa di uno studio più approfondito, l'opportunità di seguire questa strada.

Una volta introdotti i fotoni, e messo bene in evidenza che la loro esistenza è incompatibile con la teoria di Maxwell, ma ciononostante *è un fatto*, ci sono tutta una serie di conseguenze, legate alle soglie fotoelettriche, che è bene trattare. A titolo di esempio: reazioni fotochimiche (inclusa la fotosintesi), applicazioni tecniche (fotorivelatori, celle fotovoltaiche). Lo scopo è quello già indicato: prima di affrontare questioni più di principio, è bene mostrare che il nuovo paradigma s'impone anche a causa della massa di successi esplicativi che i nuovi fatti permettono.

Riteniamo invece opportuno lasciare da parte il problema del corpo nero, anche se storicamente è stato il punto di partenza. Infatti nella scuola secondaria non è possibile proporre neppure la natura del problema, che richiede potenti astrazioni, a cominciare dalla stessa applicazione della termodinamica alla radiazione.

[...]

1.4. *Alcuni commenti*

Nel discorso che precede abbiamo nominato le relazioni di Einstein e di Bohr, che legano energia (dei fotoni o dei livelli atomici) e frequenza della radiazione e.m.; allo stesso tempo abbiamo affermato che la radiazione e.m. è fatta di fotoni. Con questo non siamo caduti in contraddizione? Ovvero: non abbiamo fatto rientrare dalla finestra il dualismo onda-corpuscolo, che credevamo di avere scacciato dalla porta?

Non c'è dubbio che frequenza e lunghezza d'onda sono concetti che storicamente nascono dalla fisica dei moti ondulatori, e che vengono applicati alla luce in quanto per essa si ritiene adatto un modello ondulatorio. Per di più queste grandezze sono accessibili a misura diretta (per la luce, fino a tempi recenti, solo la lunghezza d'onda, ma per altri tipi di onde e.m. entrambe). Sarebbe però

un passaggio logico non giustificato asserire che tutte le volte che si può parlare di lunghezza d'onda ci si trova necessariamente in presenza di un fenomeno ondulatorio: vedremo più avanti che in effetti ha senso attribuire una "lunghezza d'onda" ai fotoni, senza per questo essere costretti a parlare di onde.

Al momento basterà osservare che possiamo misurare (se si preferisce, dare una definizione operativa) della lunghezza d'onda della luce (interferenza, reticoli) e insieme dell'energia dei fotoni (effetto fotoelettrico): la relazione di Einstein, scritta in termini di lunghezza d'onda, ha dunque una precisa base sperimentale.

Un'obiezione che riguarda non il presente approccio, ma la stessa storia dell'idea di quantizzazione, è la seguente (reale: è stata fatta da un'insegnante). Abbiamo detto che esperimenti come quello di Franck e Hertz mostrano che l'estrapolazione della meccanica newtoniana alla scala atomica è illecita: tuttavia nel discutere gli esperimenti facciamo uso della conservazione dell'energia, principio che trae la sua origine dalla fisica newtoniana. Non è questa una contraddizione?

Risposta: ovviamente siamo in contraddizione se guardiamo alla situazione con gli occhi della logica deduttiva. Ma questa è un'ottica sbagliata: siamo nella fase storica in cui stiamo scoprendo qualcosa di nuovo, e sappiamo che le vecchie idee non sono più certe. In tali situazioni i fisici (e gli scienziati in generale) non sono soliti buttare a mare tutto quello che hanno accettato fino allora, ma procedono per congetture, o ipotesi di lavoro se si preferisce: scelgono dal repertorio di concetti, leggi, principi quelli su cui ritengono — per qualsiasi ragione — di poter fare più affidamento, e provano ad andare avanti. Come sempre, è solo il successo del tentativo che ne dà la giustificazione *a posteriori*.

Nel caso specifico, la conservazione dell'energia appariva qualcosa di più fondamentale (si ricordi anche la termodinamica) che non la descrizione dettagliata delle interazioni e delle leggi del moto; per questo si è scelto di salvarla dalla crisi della fisica classica. Pochi anni dopo, la scoperta dell'effetto Compton rimise in discussione tale ipotesi, che venne in seguito confermata dalla verifica diretta (Compton e Simon) che l'energia perduta dal fotone era acquistata dall'elettrone, in un normale urto elastico relativistico.

Commento a un altro livello: il fatto che un'obiezione del genere venga avanzata è di per sé sintomatico: prova che anche agli insegnanti riesce difficile vedere la fisica come una scienza non sistemata assiomaticamente una volta per tutte, ma in continua trasformazione (magari più acuta e veloce nei momenti cosiddetti di "crisi," come quello di cui stiamo parlando). Sarebbe invece assai importante che tale carattere della costruzione della fisica venisse evidenziato anche in altre occasioni e in relazione ad altri argomenti, per evitare di dare una falsa impressione: che la nascita della fisica quantistica sia caratterizzata da una situazione di "crisi logica" senza precedenti.

A proposito di crisi, è ancora aperta la discussione se sia o no corretto parlare di crisi per la transizione, avvenuta agli inizi di questo secolo, dalla fisica classica a quella quantistica (ecco perché le virgolette, poco sopra). Si discute anche se ci si possa riferire alla transizione come a un cambiamento di paradigma, alla Kuhn. C'è chi sostiene, con buona ragione, che in realtà gli elementi di crisi erano già presenti da tempo, e la soluzione è arrivata per passi graduali, col contributo di molti progressi teorici e sperimentali. Per accennare un unico esempio, era certamente già noto a Maxwell che la meccanica statistica classica non dava un'interpretazione del tutto soddisfacente dei calori specifici dei gas.

A parere di chi scrive, la risposta alla seconda questione è affermativa: ci sono infatti sia le “anomalie” (come quella già citata dei calori specifici, quella ancor più nota della radiazione nera, e lo stesso effetto fotoelettrico) sia il cambiamento di punto di vista, di problemi rilevanti e di fenomeni considerati cruciali, che caratterizzano appunto la situazione che Kuhn descrive come “cambiamento di paradigma.” Basti pensare, anche qui con solo esempio, al più volte citato lavoro di Einstein sulla natura quantistica della radiazione.

2. Statistica dei sistemi quantizzati

Una presentazione della fisica quantistica non può prescindere dagli aspetti statistici, ossia dagli effetti che la quantizzazione dei livelli produce negli equilibri statistici, in varie situazioni. Ciò serve tra l'altro a mostrare che si possono dare conseguenze fisicamente assai significative della quantizzazione anche prima di averne fatta una teoria completa.

[...]

2.1. La distribuzione di Boltzmann per livelli discreti

[...]

Nota storica: la deduzione di Boltzmann è di molto anteriore alla scoperta della quantizzazione, ed era perciò intesa per distribuzioni *continue* di energia, sia relativa ai moti d'insieme (traslatori) degli atomi o molecole di un gas, sia ai moti interni. È assai notevole che la stessa legge di distribuzione resti valida anche in presenza di quantizzazione: ciò dipende dal fatto che la distribuzione di Boltzmann è quella di *massima probabilità* per un dato numero di atomi e una data energia totale: la massima probabilità si ottiene nelle stesse condizioni, tanto se lo spettro delle energie è discreto, quanto se è continuo.

2.2. Introduzione statistica alla temperatura

Sarà apparso evidente un punto debole del discorso che precede: abbiamo parlato di temperatura in un contesto statistico, senza alcuna giustificazione. In effetti si apre qui un problema dell'insegnamento della fisica moderna: è *assolutamente indispensabile che vi siano inclusi argomenti di fisica statistica*. (Non

sembra che ciò fosse presente alla Commissione Brocca per il triennio, visto che questa parte della fisica è assente dai programmi della più parte degli indirizzi, ed è sostanzialmente facoltativa per l'indirizzo scientifico-tecnologico.) Ci porterebbe troppo fuori strada affrontare la questione: accenniamo solo che si può ricorrere ancora una volta a una simulazione per far comprendere il legame fra energia media e temperatura nel caso semplice dei gas perfetti monoatomici.

Osserviamo di passaggio che tutto l'argomento della fisica statistica ha a monte un prerequisito: la comprensione *fisica* dei fenomeni casuali. La sottolineatura vuole distinguere ciò che occorre da una trattazione astrattamente matematica: è necessario acquisire un "feeling" di che cosa significa casuale, della relazione fra entità delle fluttuazioni e numero degli eventi (componenti del sistema, numero di misure, ecc.)

2.3. Applicazioni

[...]

In maniera analoga si spiega la dipendenza della velocità di una reazione chimica dalla temperatura, fenomeno di grande importanza sia nella chimica industriale sia nella biologia. Basta introdurre l'energia di attivazione: la minima energia necessaria perché due atomi o molecole possano entrare in contatto e dar luogo alla reazione. La velocità di reazione è proporzionale alla frazione di atomi che hanno energia superiore all'energia di attivazione, e questa frazione dipende dalla temperatura sempre secondo la legge di Boltzmann. Ne segue che la velocità della reazione (da non confondere con l'equilibrio) cresce molto con la temperatura, tanto che reazioni pressoché impossibili ("congelate") a temperatura ambiente avvengono velocemente a temperature superiori.

[...]

3. Leggi di propagazione

[...]

3.1. Esperimenti con il FM

[...]

Un breve commento a carattere sperimentale: è didatticamente più efficace presentare gli esperimenti per mezzo di FM e di sorgenti a bassa intensità, perché così resta sempre ben fermo che il comportamento "strano" è dei singoli fotoni. Però gli esperimenti fatti in questo modo sono tutt'altro che semplici, ed è molto probabile che ci si debba ridurre a descriverli come esperimenti ideali (a meno che non si riesca a preparare qualche sussidio su film o videocassetta che presenti

un esperimento vero). Volendo dare al discorso una base sperimentale concreta, si potrà ricordare che se si usa luce più intensa e un rivelatore lineare (ad es. un fototransistor) si conta ugualmente il numero di fotoni attraverso la corrente. Ciò posto, ci si riconduce a eseguire classici esperimenti d'interferenza, oggi assai facili usando come sorgente un laser.

Gli esperimenti d'interferenza su lastra hanno lo scopo di mettere in evidenza, in una situazione piuttosto semplice e vicina a quelle della vita quotidiana, il comportamento “strano” dei fotoni. Per arrivare a un tentativo d'interpretazione teorica occorre però prendere un'altra strada.

[...]

3.5. *Il calcolo delle ampiezze*

[...]

Prima di proseguire il discorso sono opportuni alcuni commenti. Sebbene ampiezza e fase siano idee che nel pensiero fisico si associano tradizionalmente ai fenomeni ondulatori, è meglio non parlare di “onda associata alla particella.” In tal modo si evitano i problemi (o meglio i falsi problemi) connessi al “dualismo onda-corpuscolo.” È per questo motivo che in precedenza la parola “ondulatorio” è apparsa frequentemente tra virgolette, al fine di segnalarne un uso non del tutto appropriato. Del resto le espressioni virgolettate in questo capoverso possono essere viste più che altro come residui storici; basti pensare che nessun fisico che si occupa di elettroni, protoni, quarks ... usa mai nella sua pratica quotidiana termini connessi al supposto dualismo: tutte le entità citate si chiamano sempre e soltanto “particelle.”

Quello di cui non si può fare a meno è la variazione della fase lungo il cammino della particella. È abituale chiamare “lunghezza d'onda” la misura del tratto nel quale la fase varia di 2π ; si potrebbe forse inventare un altro nome, ma non si risolverebbe gran che: resterebbe comunque la necessità di citare, se non altro per ragioni storiche, la relazione di de Broglie nella forma classica.

[...]

3.6. *La propagazione rettilinea e la relazione d'indeterminazione*

[...]

Dalla diffrazione attraverso un foro alla relazione d'indeterminazione il passo è breve. Com'è noto, siamo sul terreno d'elezione di molte speculazioni filosofiche, e basterebbe questo per essere molto prudenti nel parlarne. Si sarà osservato l'uso del termine “relazione” al posto del più tradizionale “principio”: ciò allo scopo di mettere in evidenza:

- a) che non si tratta di un postulato indipendente;
- b) che esso ha un significato oggettivo, esprime una proprietà della materia, e non dipende dall'osservatore.

(Non è forse inutile osservare che il termine “indeterminazione” si è affermato solo in italiano: il termine originario di Heisenberg era “Unsicherheit,” che in inglese è divenuto “uncertainty,” e in francese “incertitude”; parole tutte che si traducono “incertezza.”)

È ben noto il ruolo centrale che la relazione d'indeterminazione ha avuto nella storia della meccanica quantistica e nelle discussioni sulla sua interpretazione. Inoltre è vero che ancor oggi nella pratica fisica ci si può fare ricorso come scorciatoia per stimare qualche effetto importante. Tuttavia per un principiante i rischi di fraintendimenti sono troppo alti rispetto alla sua utilità. Citando di nuovo Feynman:

“... Questo è un esempio del ‘principio d'indeterminazione’: c'è una specie di complementarità fra la conoscenza del punto preciso in cui la luce attraversa il foro e quella della direzione in cui esce: è impossibile conoscerle esattamente entrambe. Desidero però porre il principio d'indeterminazione nella sua posizione storica: al tempo in cui le idee rivoluzionarie della fisica quantistica stavano sorgendo, gli scienziati cercavano ancora di comprenderle sulla base di idee antiquate (come quella che la luce viaggia in linea retta). Ma a un certo punto dei ragionamenti le vecchie idee finivano per cadere in difetto; fu allora escogitato un avvertimento che in pratica suonava così: ‘Le tue vecchie idee non funzionano quando ...’ Se però vi liberate del tutto delle vecchie idee, e al loro posto usate quelle che vi sto spiegando (che bisogna sommare le *freccette* per tutti i possibili modi in cui un evento può accadere) non c'è alcun bisogno del principio d'indeterminazione!”
([2] p. 55, nota; trad. del presente autore)

In conclusione, tutto quello che si può ottenere dalla relazione d'indeterminazione si può ottenere più chiaramente per altre vie. Quanto al suo valore epistemologico, sembra meglio non esagerarlo: il punto centrale della meccanica quantistica non sta tanto lì, quanto nel “calcolo delle ampiezze.”

Si trova continuamente scritto, anche da parte di fisici, che la relazione d'indeterminazione mostra che “la nostra conoscenza della natura è fondamentalmente limitata: appena ne afferriamo una parte, un'altra ci scappa tra le dita.” [9] Sembra però più corretto asserire che la descrizione newtoniana, secondo la quale lo stato di ogni corpo è definito dalla conoscenza della sua posizione e della sua velocità, ha validità approssimata, ed è praticamente utilizzabile solo su scala macroscopica. Nell'ambito microscopico invece la definizione di stato è diversa, e non permette la conoscenza simultanea di posizione e velocità. In questo non c'è niente di preoccupante, dal momento che la conoscenza dello stato quantistico permette ugualmente lo sviluppo della teoria, la previsione di

fatti sperimentali, ecc. Altro discorso è quello sulla necessità che alcune previsioni abbiano carattere probabilistico: ciò non ha direttamente a che fare con la relazione d'indeterminazione.

[...]

3.9. *Rapporti con l'elettromagnetismo classico*

Non è possibile eludere del tutto un problema: in molte situazioni sperimentali la radiazione e.m. è descritta adeguatamente dalla teoria di Maxwell, che attribuisce significato ai campi elettrico e magnetico e alla propagazione di quei campi per onde. È un fatto che si può misurare ampiezza e fase di tali onde, e non solo la loro intensità: ad es. questo accade, nell'ambito delle tecniche radio, quando si osserva con un oscilloscopio la corrente indotta da un'onda e.m. in un'opportuna antenna.

Se si guardano i dati quantitativi, si scopre che in tali situazioni si ha sempre a che fare con numeri assai grandi di fotoni: perciò il comportamento ondulatorio classico risulta una *proprietà dell'insieme di molti fotoni*, e non del singolo fotone.

È per questo motivo che non appare corretto asserire, come talvolta si legge, che il campo e.m. vada considerato come la “funzione d'onda” del fotone. A tale interpretazione si oppongono difficoltà profonde — connesse col problema di dare una definizione corretta di funzione d'onda per particelle di massa nulla e spin 1, come sono i fotoni — che non sarebbe possibile neppure accennare al livello di approfondimento tecnico di cui qui si tratta; ma soprattutto c'è il fatto essenziale che il campo e.m. ha caratteri di “osservabilità” che non sono propri di una funzione d'onda.

Dunque le cose si complicano: abbiamo qui a che fare con fenomeni come la coerenza nell'emissione indotta, e più in generale col fatto che i fotoni sono bosoni. In sostanza, la connessione fra la meccanica quantistica della singola particella fotone e la teoria e.m. classica si realizza solo nell'ambito di una teoria quantistica del campo e.m., ossia a un livello molto superiore a quello di cui qui ci si sta occupando. Appare perciò consigliabile non sollevare il problema, e alla peggio ricorrere alla solita scappatoia: “andando più a fondo, si può dimostrare che ...” Del resto non c'è niente di male a ricordare che non si può capire tutto subito.

4. **Conseguenze, applicazioni, problemi aperti**

È indispensabile trattare alcune conseguenze e applicazioni, oltre quelle già viste: il problema è solo quello della scelta. Ecco un paio d'idee:

- Usare la relazione d'indeterminazione, se è stata introdotta, per stimare l'energia dello stato fondamentale dell'atomo d'idrogeno (a questo abbiamo già accennato). L'importanza sta nel fatto che si ottiene, a meno di un fattore numerico, la corretta dipendenza dalle costanti fondamentali.

- Calcolo analogo per un nucleo (serve a spiegare il salto di qualche ordine di grandezza, già ricordato, fra le energie atomiche e quelle nucleari).
- Effetto tunnel (trattato qualitativamente) come conseguenza delle proprietà dell'ampiezza: un'applicazione recente è quella delle reazioni chimiche a bassa temperatura [11]. C'è però un problema: come si fa a giustificare l'estrapolazione della relazione di de Broglie a valori immaginari dell'impulso, e a darne la corretta interpretazione matematica?

Sembrerebbe naturale discutere come applicazione la struttura degli atomi e il sistema periodico, ma a questo ostano molte difficoltà: non si vede come dare una giustificazione accettabile dei vari numeri quantici, degenerazioni, ecc.; c'è il problema di spiegare lo spin; il principio di formazione è tutt'altro che semplice (forse impossibile senza l'intero apparato della meccanica quantistica). È già spiacevole che molti testi di chimica “strapazzino” tutto l'argomento, e non è il caso d'incoraggiare questo costume di dare una serie di precetti incomprensibili, che non lasceranno alcuna traccia educativa.

È però giusto riconoscere che se non riusciamo a dare una soluzione soddisfacente a questo problema ci troviamo obbligati a rinunciare non solo alla struttura degli atomi e alle connessioni con la chimica, ma anche a dare le idee di base della struttura dei solidi (e in particolare dei semiconduttori); a meno di non ricorrere anche qui a regolette dogmatiche per trattare di bande di valenza e di conduzione, di livelli di accettori e donatori, ecc. Si tratta di una rinuncia grave, che non può essere fatta senza meditarla a fondo; ma neppure una soluzione quale che sia, della quale non siano state valutate motivazioni e conseguenze didattiche, potrebbe essere accettata.

Al momento non vedo di meglio che segnalare il problema come oggetto di ricerca, osservando però che occorrerebbe anzitutto chiarezza sugli obiettivi. Infatti sia la maggiore o minore urgenza di affrontare certi argomenti, sia la maggiore o minore accettazione di regole poco comprensibili, dipendono in larga misura da ciò che ci si propone come obiettivo dell'insegnamento della fisica quantistica.

Schematizzando due visioni estreme, abbiamo da un lato un obiettivo “applicativo,” dove non conta tanto la comprensione di base, quanto il possesso di alcune nozioni (o forse solo di un vocabolario) su cui sia possibile poggiare un bagaglio di conoscenze tecniche. Dall'altro c'è invece l'enfasi sulla fisica moderna come contributo a una diversa visione del mondo, nell'ambito scientifico ma non solo; e allora la quantità delle nozioni passa in secondo piano rispetto alla solidità dei concetti di fondo. È chiaro che in questo modo ho rappresentato l'attuale dicotomia di obiettivi fra “istituti tecnici” e “licei.” Il fatto che nella scuola futura tale dicotomia dovrebbe (?) scomparire, in favore di un'“integralità” della formazione (il termine è preso dalle premesse ai programmi Brocca del triennio) rende solo più grave il problema: non lo si potrà più risolvere nella pratica

tenendo distinte e non comunicanti le due strade, ma si dovrà farle incontrare, e non sembra che la soluzione sia a portata di mano.

Prerequisiti

L'introduzione di un importante tema, come la fisica quantistica, nell'insegnamento secondario, non può avvenire per semplice aggiunta: tutto il curriculum di fisica, sia come contenuti sia come approccio, ne viene influenzato. Poiché sarebbe troppo lungo discutere a fondo il problema, per il quale del resto non sono ancora disponibili soluzioni certe, ci limitiamo a un aspetto semplificato: quello dei prerequisiti. Elenchiamo pertanto qui di seguito quelli che appaiono i prerequisiti minimi per una trattazione della fisica quantistica secondo la linea qui proposta. È doveroso avvertire che l'elenco è probabilmente incompleto.

Per 1.1: Dovranno essere state premesse le idee sulla struttura atomica (elettroni, modello di Rutherford, ordine di grandezza delle dimensioni). Occorre inoltre aver trattato il modello atomico dei gas, le unità di misura in uso nell'argomento, l'energia meccanica ed elettrostatica, la quantizzazione della carica.

Per 1.2: Oltre a gran parte dei temi precedenti, c'è bisogno delle onde e.m. e della natura e.m. della luce; degli aspetti energetici. Sarà pure utile una qualche conoscenza di circuiti elettrici e relativi strumenti di misura.

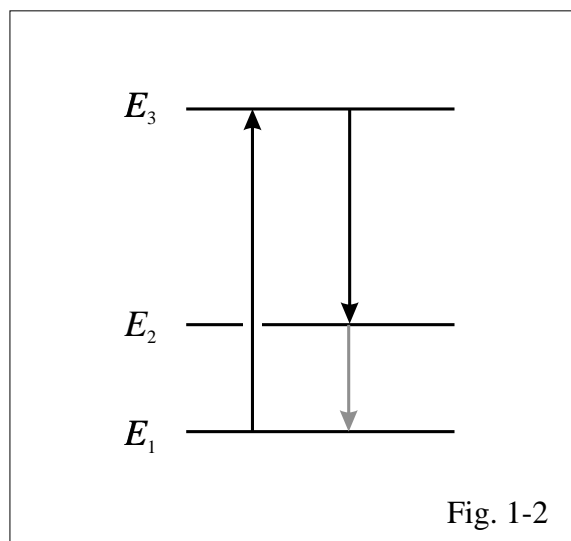
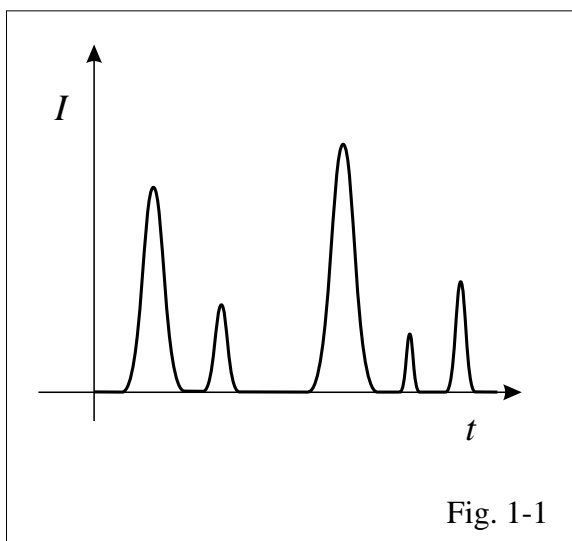
Per 1.3: Gas, atomi e ioni; analisi spettrale, spettri di righe.

Per 2: Concetto di probabilità, fluttuazioni statistiche, teoria cinetica dei gas, calori specifici, equipartizione dell'energia all'equilibrio.

Per 3: Per tutto questo capitolo i prerequisiti essenziali stanno nella fisica delle onde, soprattutto interferenza e onde stazionarie; non tanto perché siano veramente necessari, quanto perché danno un riferimento di fatti e idee che possono far risparmiare parecchio tempo.

Bibliografia

- [1] E. Fabri: *La Fisica Quantistica nella Scuola Secondaria: proposte e problemi*; Atti del VI Convegno del GNDF, 99 (1988).
- [2] R. P. Feynman: *Q E D — The Strange Theory of Light and Matter* (Princeton 1985, trad. ital. Adelphi).
- [3] R. P. Feynman, R. B. Leighton, M. Sands: *The Feynman Lectures in Physics* vol. 3 (Addison–Wesley 1965).
- [4] R. P. Feynman: *Quantum Electrodynamics* (Benjamin 1962).
- [5] R. P. Feynman: *The Theory of Fundamental Processes* (Benjamin 1962).
- [6] R. P. Feynman, A. R. Hibbs: *Quantum Mechanics and Path Integrals* (McGraw–Hill 1965).
- [7] A. Einstein, *Ann. d. Physik* **17**, 549 (1905); trad. ital. in *La teoria dei quanti di luce* (a cura di A. Hermann), (Newton Compton 1975).
- [8] P. G. Merli, G. F. Missiroli, G. Pozzi, *Giornale di Fisica* **17**, 83 (1976).
- [9] J. Horgan: *Sc. Am.* **267**, n. 1, 72 (1992).
- [10] R. Y. Chiao, P. G. Kwiat, A. M. Steinberg: *Sc. Am.* **269**, n. 2, 38 (1993).
- [11] V. I. Goldanskij: *Sc. Am.* **254**, n. 2, 38 (1986).



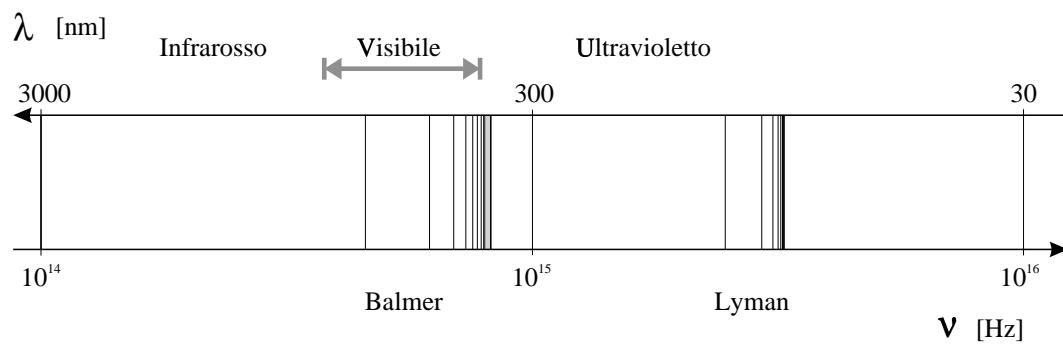


Fig. 2-1

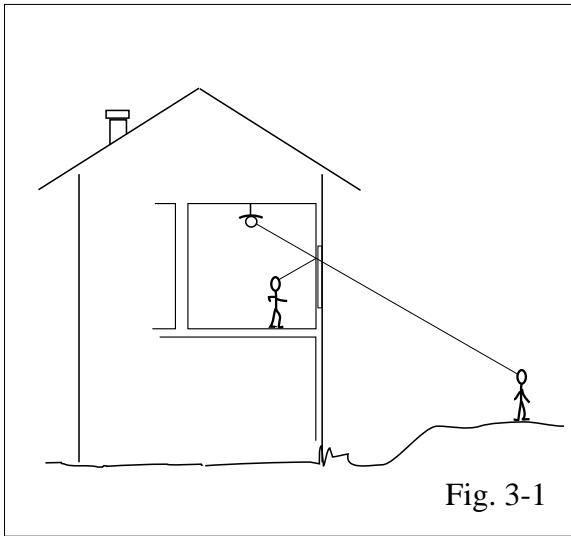


Fig. 3-1

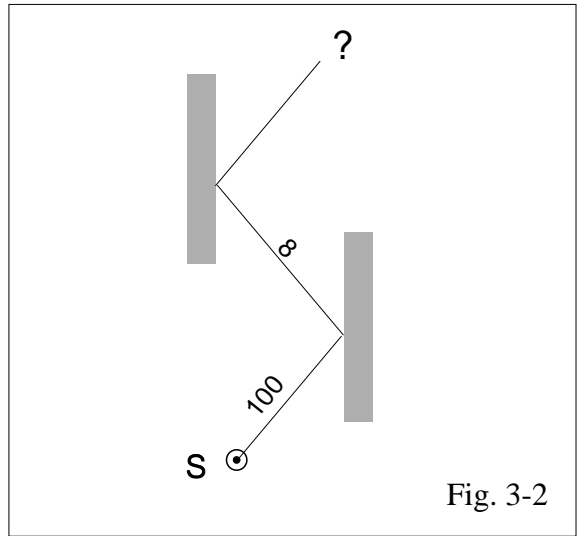


Fig. 3-2

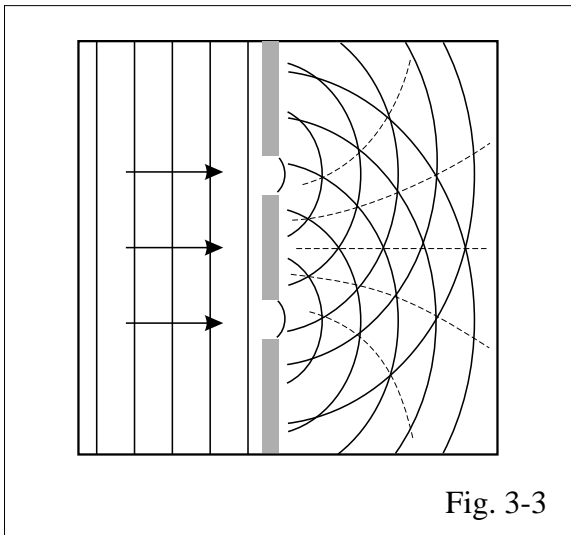


Fig. 3-3

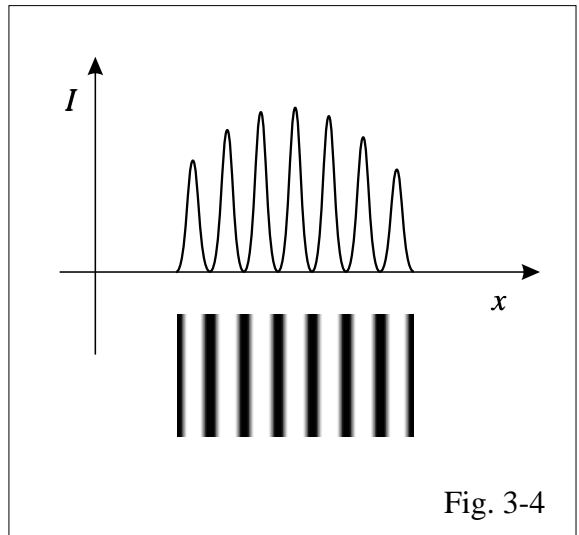


Fig. 3-4

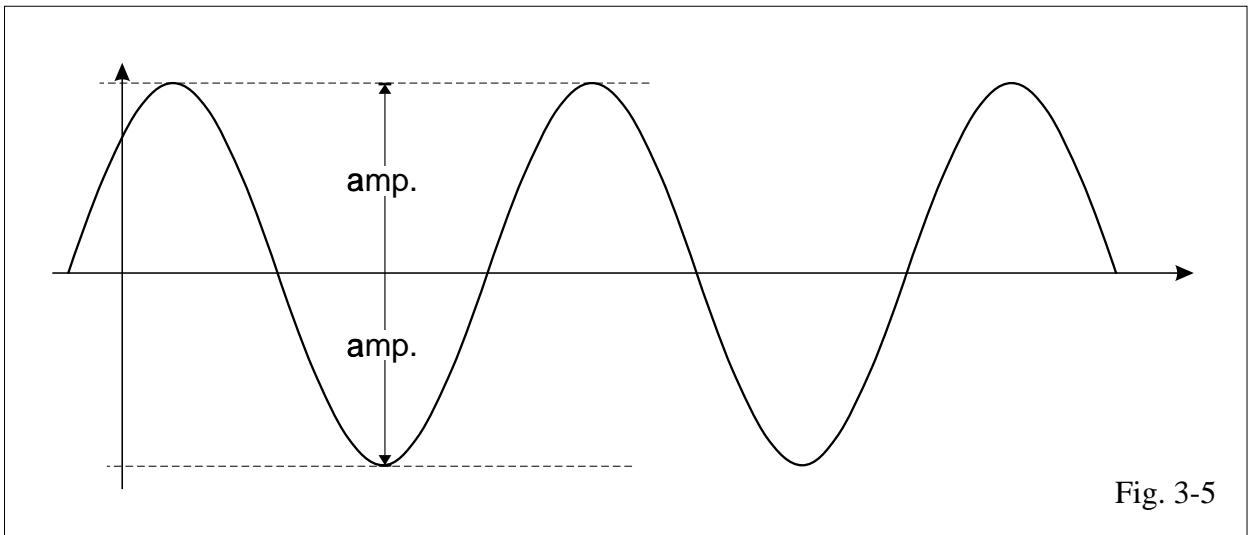
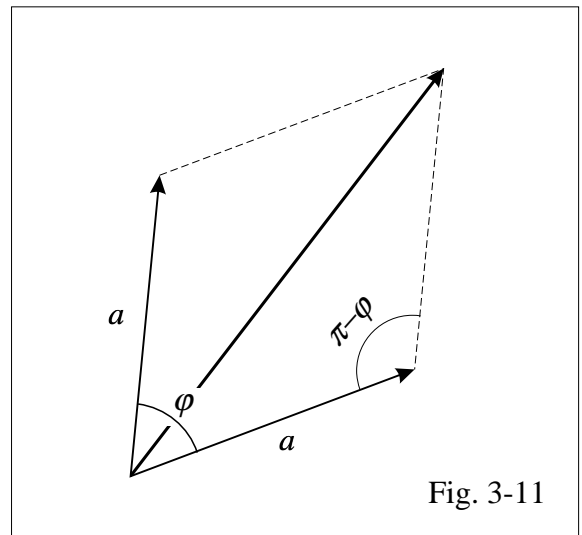
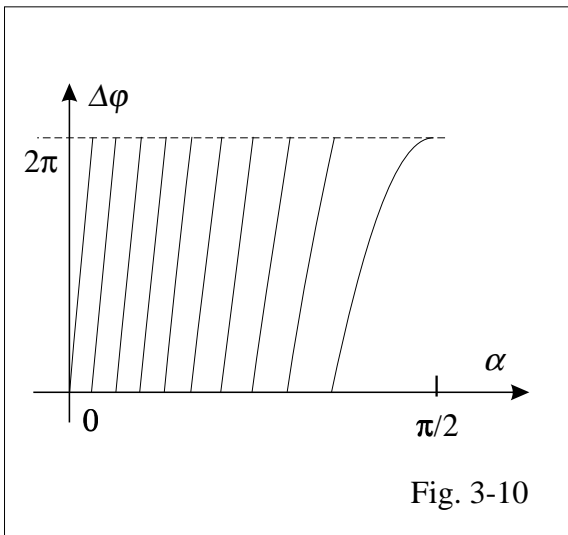
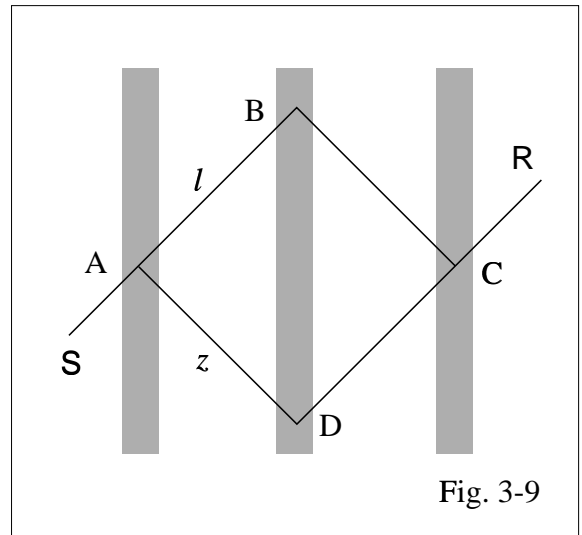
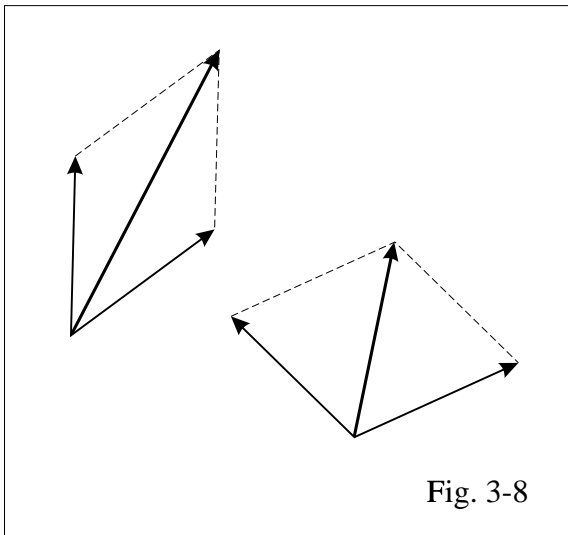
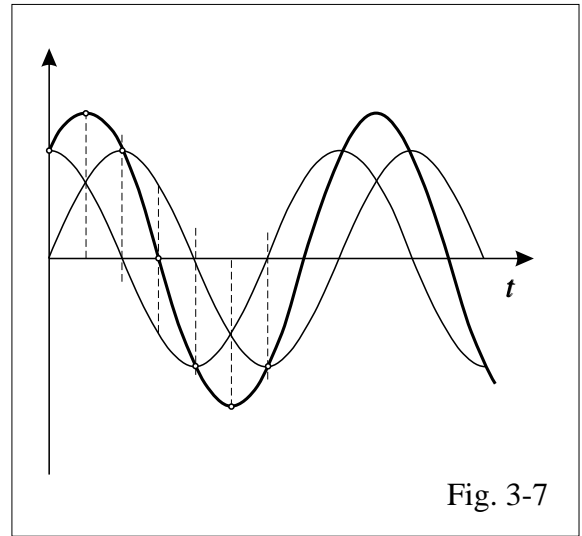
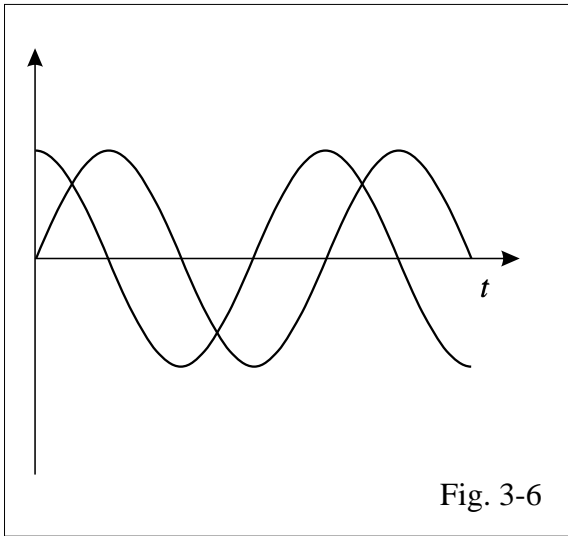
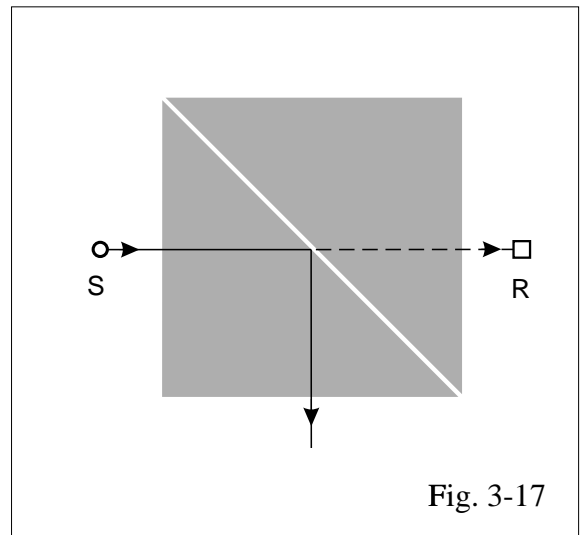
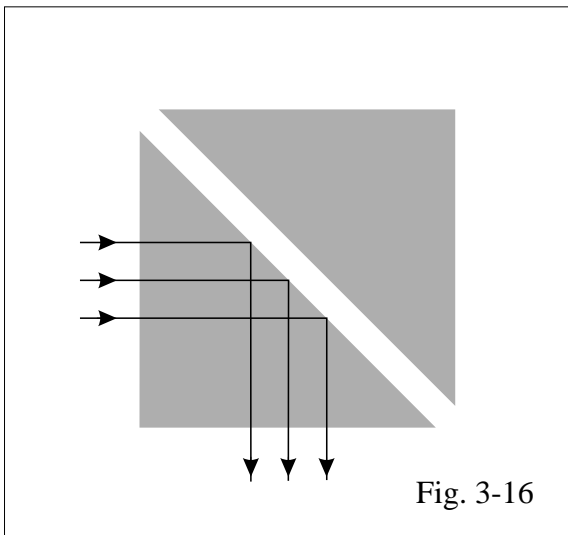
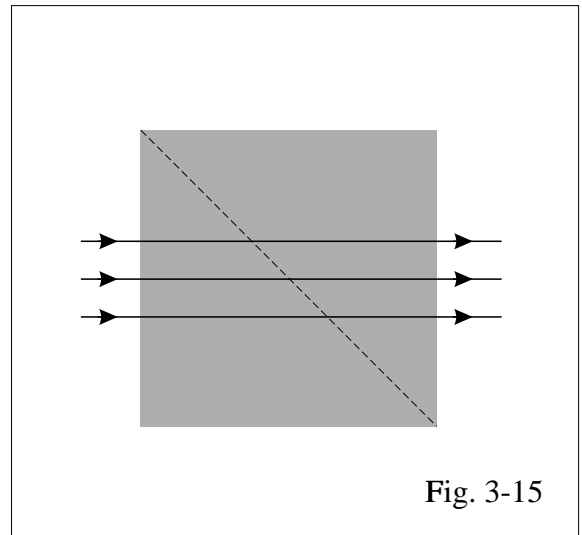
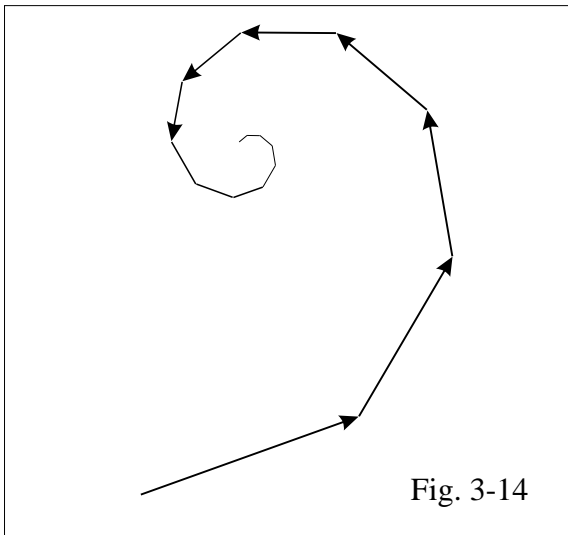
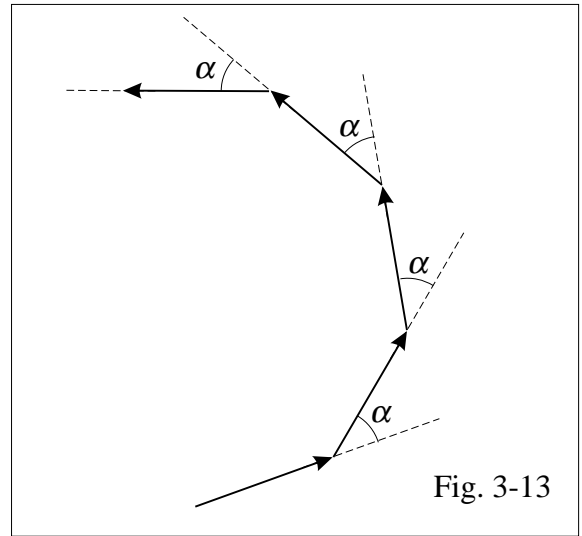
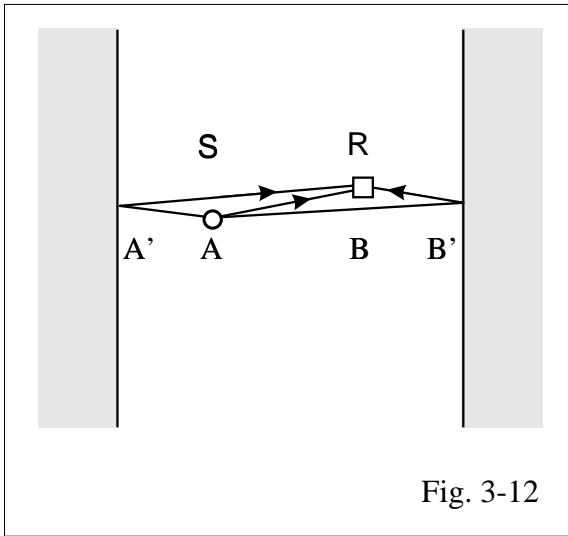


Fig. 3-5





Introduzione alla fisica quantistica

Prima parte: i fatti

Elio Fabri

Dipartimento di Fisica – Università di Pisa

————— o —————

*Things should be made
as simple as possible,
but no simpler.
Albert Einstein*

Premessa

La fisica quantistica è, insieme alla relatività, il prodotto più largamente conosciuto — almeno come nome — dell'indagine fisica di questo secolo. Non solo ha rivoluzionato le concezioni che i fisici si erano formati della realtà, ma ha anche fortemente influenzato il pensiero filosofico e finanche l'espressione artistica. Allo stesso tempo la fisica quantistica ha prodotto moltissime applicazioni concrete, che si ritrovano ormai nella nostra vita di tutti i giorni.

Per tutte queste ragioni non è ammissibile che una persona di cultura moderna, anche non specialistica, non abbia una qualche comprensione di questo grande capitolo della fisica. D'altra parte, come vedremo, per raggiungere tale comprensione occorre superare dei modi di pensare radicati nella nostra mente dall'esperienza quotidiana e accostarsi a idee del tutto nuove e in certi casi anche apparentemente paradossali. Si tratta di un'impresa non facile, ma anche affascinante, che ora cercheremo di realizzare insieme.

Il modello atomico di Rutherford

Agli inizi di questo secolo, con le ricerche di Rutherford e collaboratori, fu stabilito in modo inequivocabile che gli atomi hanno una struttura che venne detta “planetaria”: un piccolo *nucleo* centrale a carica positiva, dove è concentrata quasi tutta la massa dell'atomo, e un certo numero di elettroni (carica negativa $-e$) che gli si muovono attorno, sotto l'azione della forza di attrazione che si esercita fra cariche di segno opposto. L'atomo nel suo insieme è neutro perché la carica totale degli elettroni compensa esattamente quella del nucleo.

Così ad es. l'idrogeno consiste degli atomi più semplici, con un nucleo di carica $+e$ (di fatto un solo *protone*) e un unico elettrone. L'elio, che segue nel

sistema periodico, ha un nucleo di carica $+2e$ e attorno ad esso due elettroni, ecc.

L'analogia fra atomo e sistema solare è giustificata dal fatto che in entrambi i casi la forza tra la massa centrale (Sole oppure nucleo) e le masse periferiche (pianeti oppure elettroni) ha la stessa legge di variazione con la distanza: infatti tanto la forza di gravitazione newtoniana, quanto quella elettrostatica di Coulomb, sono inversamente proporzionali al quadrato della distanza. Inoltre sia nell'atomo sia nel sistema solare la massa del corpo centrale (nucleo, Sole) è molto maggiore di quella degli elettroni/pianeti. C'è anche un'importante differenza, ed è che la forza di gravitazione dipende dalle *masse* dei corpi, quella elettrostatica dalle *cariche*; ma evitiamo di approfondire le conseguenze di questo fatto.

Il modello planetario, noto anche come "modello di Rutherford," era stato stabilito, come abbiamo detto, sulla base d'indiscutibili fatti sperimentali; tuttavia appena nato incontrò alcuni problemi, di cui riparleremo in seguito. Osserviamo invece subito che nel modello di Rutherford, per analogia col sistema solare, ci si può aspettare che il moto degli elettroni avvenga in infiniti modi possibili, diversi poco quanto si vuole l'uno dall'altro.

Spieghiamoci meglio con l'esempio più semplice: l'idrogeno. Abbiamo qui a che fare con un sistema solare composto di un sole con un unico pianeta. Il pianeta si muoverà su di un'orbita ellittica, con un periodo che dipende solo dal semiasse maggiore dell'ellisse (terza legge di Keplero). Questa ellisse potrà avere forma e dimensioni qualsiasi: ne segue quindi che *le dimensioni dell'atomo non sono fissate dal modello*.

Inoltre sappiamo dalla meccanica che per un moto del genere si conserva l'energia, composta della somma di energia cinetica e potenziale. L'energia cinetica è sempre positiva per definizione; quella potenziale ha nel caso gravitazionale l'espressione $V = -GMm/r$ e in quello elettrostatico

$$V = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r} = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r}$$

perché le due cariche sono uguali ma di segno contrario. (In entrambi i casi abbiamo scelto la costante arbitraria, che sempre esiste nell'energia potenziale, in modo che V si annulli all'infinito.)

È facile calcolare l'energia per un'orbita circolare: nel caso dell'atomo il risultato è:

$$E = -\frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 r} \quad (1-1)$$

ossia l'energia totale è negativa, e vale la metà dell'energia potenziale. Il fatto che E sia negativa sta a significare che per strappare l'elettrone all'atomo (per *ionizzare* l'atomo) sarà necessario compiere un lavoro positivo, pari al valore assoluto di E .

Si può dimostrare che la stessa formula (1-1) vale anche per orbite ellittiche, con la sola differenza che al posto di r ci sarà il semiasse maggiore a :

$$E = -\frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 a}.$$

Dunque l'energia di un atomo dipende dalle dimensioni dell'orbita, e può assumere *con continuità* qualsiasi valore negativo fra zero e quello che corrisponderebbe alla più piccola orbita possibile.

La stessa cosa accade anche per atomi con più elettroni: solo che il calcolo dell'energia è molto più complicato.

La quantizzazione dell'energia negli atomi

Nel 1913 due fisici tedeschi, Jacob Franck e Gustav Hertz, studiando che cosa accade nell'urto fra elettroni e atomi, arrivarono a un risultato sorprendente: non è vero che l'energia di un atomo possa assumere una continuità di valori. Invece l'energia ammette solo alcuni valori separati tra loro, ossia è *quantizzata*.

Ricordiamo brevemente come fu condotto l'esperimento di Franck-Hertz. Studiando, come abbiamo detto, l'urto fra elettroni e atomi di mercurio (praticamente fermi) essi videro che finché l'energia cinetica degli elettroni non raggiungeva una certa soglia (4.9 eV) l'urto era *perfettamente elastico*, ossia gli elettroni rimbalzavano con l'energia cinetica iniziale. Quando invece si superava quella soglia diventavano possibili urti *anelastici*, in cui l'energia cinetica non si conservava, e gli elettroni rimbalzavano con energia minore. Videro inoltre che l'energia perduta dall'elettrone urtante non era qualsiasi, ma aveva sempre uno stesso valore, pari all'energia di soglia sopra indicata.

Se ammettiamo che l'energia perduta dall'elettrone sia stata assorbita dall'atomo, e conservata sotto forma di energia (cinetica + potenziale) degli elettroni appartenenti all'atomo, dobbiamo concludere che questi elettroni non possono acquistare una quantità arbitraria di energia, ma solo un "quanto" di 4.9 eV.

Proseguendo l'esperimento si può vedere che in realtà esistono più soglie, ossia più valori per l'energia che gli elettroni dell'atomo possono acquistare: dunque l'energia interna dell'atomo è *quantizzata*. Per il mercurio usato da Franck e Hertz i valori di soglia sono 4.9, 6.7, 8.8... eV. È interessante osservare che l'esperimento non si limita a mostrarci l'esistenza della quantizzazione: esso ci permette di *misurare* le distanze fra le possibili energie.

Il fatto che la prima soglia sia sempre la stessa, per tutti gli atomi di mercurio, prova un'altra cosa: che questi atomi si trovano inizialmente ad avere tutti la stessa energia, che è ovviamente la minima possibile. Diremo in seguito che essi sono nello *stato fondamentale*.

Il risultato dell'esperimento di Franck-Hertz è sorprendente, perché la quantizzazione dell'energia *non è spiegabile con la fisica classica*, ossia con le leggi

della fisica conosciute fino allora. Infatti abbiamo già visto che secondo la fisica classica il moto degli elettroni in un atomo, così come quello di un pianeta attorno al Sole, potrebbe avvenire con qualsiasi energia.

La quantizzazione pone quindi un grave problema: da un lato si tratta di una conseguenza indubitabile di un esperimento; dall'altro non è possibile interpretarla nel quadro delle leggi fisiche note. Quando si crea una situazione del genere, se l'esperimento è valido al di là di ogni ragionevole dubbio non c'è che una via d'uscita: occorre cambiare qualcuna delle leggi fisiche conosciute. Proprio questo è stato il risultato finale della ricerca che ebbe inizio in quegli anni e che richiese il contributo dei maggiori fisici del tempo.

Prima di andare avanti, è bene osservare che oggi abbiamo la prova che la quantizzazione *non è una particolarità dei sistemi atomici*, ma un fatto del tutto generale; solo che per gli atomi l'effetto è molto più visibile, mentre per oggetti di dimensioni macroscopiche è generalmente del tutto trascurabile, perché le differenze fra i possibili valori dell'energia sono estremamente piccole.

A questo punto si potrebbe credere che non sia più possibile occuparsi di fisica finché non avremo risolto il problema posto dalla quantizzazione. È invece vero il contrario: anche in assenza di una teoria definitiva, dalla quantizzazione dei livelli possiamo già dedurre delle conseguenze importanti, che ci permettono di spiegare altri fatti che a prima vista potrebbero sembrare del tutto indipendenti dalla scoperta di cui abbiamo parlato.

Stabilità e solidità della materia

Abbiamo accennato poco sopra ad alcune difficoltà inerenti al modello di Rutherford: vediamo ora di che si tratta.

Una prima difficoltà è l'*instabilità per irraggiamento*. Gli elettroni di un atomo sono soggetti a forze, quindi si muovono di moto accelerato; poiché una carica elettrica in moto accelerato irraggia onde e.m. e perde quindi energia, gli elettroni atomici dovrebbero avvicinarsi progressivamente al nucleo. Se così fosse, le dimensioni degli atomi sarebbero poco diverse da quelle dei nuclei (dell'ordine di 10^{-14} m, come aveva mostrato lo stesso Rutherford) mentre invece sono intorno a 10^{-10} m, ossia 10 000 volte più grandi.

Per di più secondo il modello planetario le dimensioni delle orbite appaiono arbitrarie: ogni atomo, a seconda della sua storia, degli urti da esso subiti, ecc. avrebbe dimensioni diverse. Invece gli atomi di uno stesso elemento sono tutti rigorosamente uguali. Come possiamo dirlo? La prova migliore è data dall'esistenza dei cristalli, che non potrebbero formarsi secondo quella precisa regolarità geometrica, se i costituenti avessero dimensioni casuali.

Se invece l'energia è quantizzata, e in particolare se esiste un'energia minima, esiste anche una dimensione minima degli atomi, fissata una volta per tutte per gli atomi della stessa specie.

Questa stessa ipotesi spiega anche la “solidità della materia,” ossia il fatto che i corpi solidi siano pressoché incompressibili. Poiché tutti gli atomi in essi contenuti stanno nel loro stato fondamentale, che ha energia minima e anche dimensioni minime, non è possibile ridurre le dimensioni, e quindi avvicinarli tra loro, se non con grande sforzo. Questo perché gli elettroni periferici di atomi vicini, avendo cariche dello stesso segno, si respingono tra loro. Ciò non accade in un gas, dove gli atomi (o le molecole) sono tra loro molto lontani rispetto alle proprie dimensioni. A rigore la questione della scarsa comprimibilità dei solidi è più complicata, ma noi possiamo accontentarci di questo cenno sommario.

La quantizzazione dell’energia, e in particolare l’esistenza di un’energia minima, risolve un altro problema del modello di Rutherford: la sua apparente inconciliabilità con il modello “a palline” che ha invece successo nello studio dei gas.

Ricordiamo di che si tratta. Per comprendere le proprietà dei gas, espresse dalle ben note leggi che si riassumono nell’equazione di stato, si suppone di poter trattare gli atomi come delle piccole palline rigide, che si urtano tra loro in modo perfettamente elastico. Gli esperimenti di Rutherford avevano mostrato che gli atomi non sono fatti così: non c’è nessuna pallina, ma un nucleo con un “corteo” di elettroni attorno. Ma se così stanno le cose, come mai nell’urto fra due atomi il corteo di elettroni non viene disturbato, acquistando o perdendo energia? Eppure le leggi dei gas mostrano che tutto va come se gli urti fossero perfettamente elastici.

La spiegazione sta nella “soglia” scoperta da Franck e Hertz, e in particolare nella sua grandezza. Ricordiamo infatti che a temperatura ambiente le energie cinetiche tipiche degli atomi sono di pochi centesimi di eV, ossia molto più piccole dei salti tra i livelli atomici: è perciò molto improbabile che un atomo possa acquistare energia durante un urto. Si noti: molto improbabile, ma a rigore non impossibile, perché possono sempre esistere atomi con energia cinetica parecchio superiore a quella media. Però se si fanno i conti si vede che la probabilità in questione è del tutto trascurabile: ne riparleremo.

È quindi vero che *a temperatura ambiente* gli atomi possono essere trattati come palline elastiche; ma questo non è vero a temperature maggiori. Per es. non è vero alla superficie o peggio ancora all’interno di una stella.

Scendendo di scala, lo stesso accade per i nuclei. Oggi sappiamo che anche i nuclei sono sistemi composti, e perciò possono avere diverse energie; però anche le energie nucleari sono quantizzate. Per ragioni che capiremo in seguito, le distanze dei livelli nucleari sono molto maggiori (dell’ordine di 10^4 o più volte) di quelle dei livelli atomici. Ne segue che negli esperimenti di fisica atomica (chimica, spettroscopia, ecc.) nelle quali le energie in gioco sono di pochi eV per atomo, il nucleo si comporta come una pallina senza struttura e incapace di acquistare o perdere energia. Per ottenere *reazioni nucleari* occorre arrivare a energie dell’ordine del MeV: per via termica ciò può accadere solo a temperature

elevatissime, quali si trovano al centro delle stelle o si realizzano sulla Terra, per un tempo brevissimo, nelle esplosioni nucleari.

L'effetto fotoelettrico

A partire dalla fine del secolo scorso, con numerosi esperimenti, è stato accertato che è possibile estrarre elettroni da un metallo semplicemente illuminandolo. Il fenomeno prende il nome di “effetto fotoelettrico.”

Non si tratta in sé di un fatto strano, anzi era del tutto prevedibile in base alle conoscenze del tempo. Se infatti la luce consiste di onde e.m., ossia di campi elettrici e magnetici oscillanti che si propagano anche nel vuoto, è naturale che tali campi producano forze su particelle cariche come gli elettroni, mettendoli così in oscillazione. Possiamo anche dire che gli elettroni assorbono energia dall'onda e.m. Ammesso che per estrarre un elettrone da un metallo occorra una certa energia, nell'effetto fotoelettrico è proprio la luce a fornirla.

Il problema nasce quando si studia il fenomeno più in dettaglio. La prima scoperta fu che la luce non è sempre in grado di produrre l'effetto fotoelettrico: occorre che la sua lunghezza d'onda sia sufficientemente corta. Quanto corta, dipende dal metallo usato. Per ragioni che vedremo fra poco, riesce più utile ragionare sulla frequenza della luce, piuttosto che sulla lunghezza d'onda: ricordiamo che fra le due grandezze esiste una semplice relazione: $\nu = c/\lambda$ dove c indica come al solito la velocità della luce. A titolo di esempio, al centro della regione visibile $\lambda = 550$ nm, e

$$\nu = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{550 \cdot 10^{-9} \text{ m}} = 5.5 \cdot 10^{14} \text{ Hz.}$$

Esiste dunque una frequenza minima (detta *soglia fotoelettrica*) caratteristica di ciascun metallo, che sta di solito tra 10^{14} e 10^{15} Hz, corrispondente a luce tra infrarosso e ultravioletto.

Il secondo risultato importante degli esperimenti è che l'intensità della luce influisce sul numero di elettroni emessi (a condizione che la frequenza sia sopra la soglia): c'è anzi diretta proporzionalità fra l'intensità e il numero di elettroni emessi per unità di superficie e di tempo. Questa proporzionalità si mantiene anche se la luce è molto debole.

Un terzo fatto è che gli elettroni vengono emessi con diverse energie cinetiche, ma per luce di una data frequenza *esiste un'energia massima*, che cresce linearmente con la frequenza. Invece l'energia degli elettroni *non dipende* dall'intensità della luce.

Si osserva poi che l'emissione degli elettroni è pressoché istantanea, anche quando l'intensità della luce è molto bassa.

Tutti questi aspetti dell'effetto fotoelettrico sono incomprensibili se ci si basa sull'idea che la luce consista di onde e.m., come era universalmente accettato dai fisici. Vediamo perché.

In primo luogo, non si spiega l'esistenza di una soglia: qualunque sia la frequenza dell'onda, essa è sempre in grado, in più o meno tempo, di cedere a un elettrone l'energia richiesta per uscire dal metallo. Non si capisce poi perché l'intensità della luce influisca sul numero di elettroni emessi, anziché sull'energia di ciascuno. Ci si aspetterebbe, al contrario, che con luce più intensa un elettrone possa catturare facilmente più energia.

Infine, con luce molto debole gli elettroni dovrebbero uscire con poca energia, ma soprattutto richiederebbero più tempo per essere emessi. Proviamo a fare un semplice calcolo, usando una sorgente di luce molto intensa: quella solare. Sulla superficie terrestre arriva dal Sole un'intensità dell'ordine di 10^3 W/m^2 , prevalentemente a lunghezze d'onda intorno ai 550 nm che abbiamo usato sopra. Si vede dall'esperimento che gli elettroni emessi hanno energie fino a $2 \text{ eV} \simeq 3 \cdot 10^{-19} \text{ J}$ e oltre; e abbiamo trascurato l'energia spesa per estrarre l'elettrone, che è dello stesso ordine di grandezza.

Chiediamoci ora quanto tempo occorre a un elettrone per raccogliere questa energia dalla luce solare. Il tempo dipende dalla superficie "di raccolta" disponibile a ciascun elettrone, che è ragionevole supporre dell'ordine della superficie di un atomo del metallo, cioè 10^{-19} m^2 . (Abbiamo calcolato questa superficie supponendo che un atomo sia un dischetto di raggio $2 \cdot 10^{-10} \text{ m}$.) Su questa superficie il Sole manda $10^3 \text{ W/m}^2 \times 10^{-19} \text{ m}^2 = 10^{-16} \text{ W} = 10^{-16} \text{ J/s}$; quindi il tempo richiesto è

$$t = \frac{3 \cdot 10^{-19} \text{ J}}{10^{-16} \text{ J/s}} = 3 \cdot 10^{-3} \text{ s}.$$

Invece i primi elettroni appaiono in tempi almeno 10^6 volte più brevi, anche se la luce è molto meno intensa di quella del Sole!

Possiamo dunque asserire che i fatti sperimentali sono del tutto incompatibili con un modello ondulatorio della luce.

La quantizzazione della radiazione e.m.

La situazione era a questo punto quando Einstein, nel 1905, avanzò un'ipotesi rivoluzionaria, che riportiamo qui con le sue stesse parole:

“Infatti mi sembra che le osservazioni compiutesi sulla radiazione di corpo nero, la fotoluminescenza, l'emissione di raggi catodici mediante luce ultravioletta e altri gruppi di fenomeni relativi all'emissione ovvero alla trasformazione della luce, risultino molto più comprensibili se vengono considerate in base all'ipotesi che l'energia sia distribuita nello spazio in modo discontinuo. Secondo l'ipotesi che voglio qui proporre, quando una radiazione luminosa si espande partendo da un punto, l'energia non si distribuisce su volumi sempre più grandi, bensì rimane costituita da un numero finito di quanti di energia localizzati nello spazio e che si muovono senza suddividersi, e che non possono essere assorbiti o emessi parzialmente.”

Osserviamo che Einstein cita, a sostegno della sua idea, numerosi altri fenomeni: di alcuni non possiamo trattare, ad altri accenneremo in seguito. Insomma l'idea di Einstein non esce come un coniglio dal cappello del prestigiatore, ma è il risultato della riflessione su tutto il quadro sperimentale del tempo. Noi siamo stati costretti a semplificare la storia descrivendo uno solo di questi fatti: l'effetto fotoelettrico.

Vediamo ora perché l'ipotesi di Einstein spiega i fatti. Si spiega in primo luogo l'esistenza di una soglia, se si suppone che per luce di una data frequenza i quanti abbiano tutti la stessa energia, e che questa cresca con la frequenza. Allora se la frequenza è bassa i quanti hanno poca energia, insufficiente a estrarre un elettrone. È molto improbabile che un elettrone riesca ad assorbire insieme due quanti, e quindi l'effetto fotoelettrico non si vede.

Supponiamo ancora che per un dato metallo sia E_0 l'energia minima per estrarre un elettrone. Se l'energia di un quanto è ε , l'energia cinetica di un elettrone emesso, nel caso più favorevole che tutta l'energia del quanto resti all'elettrone, è $E = \varepsilon - E_0$. Sulla base del lavoro di Planck sul corpo nero Einstein precisa in effetti la sua ipotesi, asserendo che l'energia ε dei quanti deve essere *proporzionale* alla frequenza, secondo la famosissima relazione

$$\varepsilon = h\nu \quad (1-2)$$

dove h (costante di Planck) vale $6.6 \cdot 10^{-34}$ J s. Ne segue allora

$$E = h\nu - E_0,$$

ossia una relazione lineare fra energia massima dei fotoelettroni e frequenza della luce. Questa relazione fu messa alla prova sperimentale negli anni seguenti e risultò verificata, confermando in pieno l'idea di Einstein.

Non appare più strano che l'emissione sia istantanea, se l'energia di un quanto è localizzata nello spazio: infatti l'assorbimento può essere assai rapido. Se l'intensità della luce è bassa, ciò significa solo che i quanti presenti sono pochi, e quindi che verranno emessi pochi elettroni per unità di tempo, distribuiti a caso.

Qualche anno dopo la scoperta di Einstein, i quanti della luce vennero denominati *fotoni*, che è il nome in uso ancor oggi.

Il fotomoltiplicatore

Gli esperimenti descritti fin qui permettono di rivelare l'effetto fotoelettrico solo come un'emissione globale di elettroni, che si manifesta attraverso una debole corrente elettrica. Per capire quanto debole, riprendiamo in esame l'esempio già visto.

Supponiamo che la superficie abbia un'area di 1 cm^2 , ed esponiamola al sole. Supponiamo inoltre, molto ottimisticamente, che nessun fotone vada perduto,

ma tutti producano fotoelettroni. L'energia tipica di un fotone della luce solare vale

$$\varepsilon = h\nu = 6.6 \cdot 10^{-34} \text{ J s} \times 5.5 \cdot 10^{14} \text{ Hz} = 3.6 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 2.2 \text{ eV}.$$

La potenza totale della luce che incide sul metallo è

$$P = 10^3 \text{ W/m}^2 \times 10^{-4} \text{ m}^2 = 10^{-1} \text{ W} = 10^{-1} \text{ J/s}$$

e quindi il numero di fotoni è

$$N = \frac{P}{\varepsilon} = \frac{10^{-1} \text{ J/s}}{3.6 \cdot 10^{-19} \text{ J}} = 2.8 \cdot 10^{17} \text{ s}^{-1}. \quad (1-3)$$

Questo sarà anche il numero di fotoelettroni emessi. Per avere la corrente, basterà moltiplicare per la carica di un elettrone:

$$I = Ne = 2.8 \cdot 10^{17} \text{ s}^{-1} \times 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C} = 4.5 \cdot 10^{-2} \text{ A}.$$

Se avessimo usato, in luogo della luce del Sole, quella di una normale lampada da illuminazione, e avessimo tenuto conto che in realtà non tutti i fotoni danno luogo all'emissione di un elettrone, avremmo trovato una corrente molto più debole, anche di 6 ordini di grandezza.

Per questa ragione sono stati inventati dei dispositivi capaci di amplificare la debolissima corrente: i *fotomoltiplicatori* (FM). Non entriamo in dettagli sulla loro costituzione: contentiamoci di sapere che sono in grado di amplificare la corrente anche un milione di volte.

Usando un FM avremo dunque ancora una corrente elettrica, la cui intensità è proporzionale a quella della luce incidente, ossia al numero di fotoni che arrivano sulla superficie sensibile per unità di tempo. La cosa interessante è che un FM è così sensibile da essere capace di rivelare anche l'arrivo *di un solo fotone*, come si può vedere se la sorgente di luce è molto debole. In tal caso il FM non fornisce una corrente costante, ma una successione di *impulsi* (fig. 1-1) corrispondenti all'arrivo dei singoli fotoni: si vede così distintamente che l'arrivo dei fotoni è *casuale*, e che solo quando il loro numero è molto grande tutti gli impulsi si fondono in una corrente totale pressoché costante.

Con sorgenti comuni il numero di fotoni può essere veramente molto grande: ad es. nel caso del Sole abbiamo visto nella (1-3) che su un solo cm^2 arrivano oltre 10^{17} fotoni al secondo, che è un numero difficilmente immaginabile; ma anche se prendiamo la luce di una candela a un km di distanza, il loro numero è ancora di un milione al secondo! Questo è anche, come ordine di grandezza, il numero di fotoni che arrivano da una delle stelle più brillanti.

Tutti i fatti che abbiamo citato ci obbligano a prendere atto che il modello teorico della luce accettato dalla fisica dell'800 (le onde e.m.) non descrive correttamente la realtà: la luce (e la radiazione e.m. in generale) *non consiste di*

onde, bensì di particelle. Si potrebbe pensare che sia il FM che vede la luce come fatta di particelle, ma non è così: qualsiasi strumento abbastanza sensibile per rivelare una luce molto debole ha sempre fornito lo stesso risultato.

[Si può forse ritenere insufficiente l'effetto fotoelettrico come fondamento del carattere corpuscolare della radiazione e.m.: in tal caso si potrà ricorrere, a titolo di rafforzamento dell'idea, all'effetto Compton e all'esperimento di Compton e Simon. A tale scopo sarebbe però necessario introdurre diversi altri argomenti: la diffusione della radiazione e.m., forse i raggi X, la camera di Wilson come rivelatore di particelle cariche, l'impulso della radiazione.]

I fotoni nella fisica e oltre

Se accettiamo l'esistenza dei fotoni come quanti della radiazione e.m., possiamo spiegare diversi altri fatti, già noti ai tempi di Einstein o scoperti in seguito.

In primo luogo, la radiazione e.m. è capace di strappare elettroni non soltanto da un metallo, ma anche dagli atomi di un gas (*ionizzazione*). Era già noto che questo accade, per un dato gas, solo se la frequenza della radiazione è abbastanza alta: per la maggior parte dei gas occorrono raggi ultravioletti "duri," ossia di frequenze molto maggiori di quella della luce visibile.

Sempre in un gas, se questo è composto da molecole bi- o poliatomiche, la luce può scinderle in atomi (*dissociazione*). Anche in questo caso c'è una soglia: ad es. per l'ossigeno (O_2) occorre una frequenza maggiore di $1.24 \cdot 10^{15}$ Hz, corrispondente a una lunghezza d'onda di 240 nm, che sta ancora nell'ultravioletto. È questo processo di fotodissociazione, dovuto alla luce solare, che nell'alta atmosfera dà luogo alla formazione di ozono, quando uno degli atomi di ossigeno così separati si unisce a una molecola O_2 .

I chimici avevano scoperto per via sperimentale che la luce può dar luogo a reazioni chimiche (*fotochimica*). Anche in questo caso si trova una soglia, quasi sempre situata nell'ultravioletto. (Per questa ragione i raggi ultravioletti venivano chiamati un tempo "attinici.") Ci sono però reazioni fotochimiche per le quali è sufficiente la luce visibile: la più importante è la *fotosintesi*, in cui da acqua e anidride carbonica si formano nelle foglie verdi i carboidrati (zuccheri, amido).

Un altro esempio di reazione chimica indotta dalla luce si ha nella *fotografia*. In questo caso la luce decompone un sale di argento (prevalentemente AgBr) nei due elementi. In realtà il processo è più complicato: esso è solo iniziato dalla luce, e viene poi completato con un *rivelatore* (o *sviluppo*) il quale riduce completamente un microcristallo di AgBr che sia stato "attivato" dalla luce. Le prime emulsioni fotografiche, che contenevano solo AgBr, avevano una soglia piuttosto alta, nel senso che non tutta la luce visibile era efficace, ma solo quella blu-verde; in seguito sono state inventate le emulsioni *ortocromatiche* e poi le *pancromatiche* che sono sensibili a tutta la luce visibile.

Abbiamo parlato più volte di “luce visibile”: non bisogna dimenticare che anche la visione comincia con un processo fotochimico nella retina, ed è per questo motivo che possiamo vedere solo luce da una certa frequenza in su. Il fatto che ci sia anche un limite superiore alle frequenze cui l’occhio è sensibile ha un’altra causa: la luce ultravioletta non arriva alla retina, perché viene assorbita prima, di nuovo in un processo fotochimico.

Il fatto che tutti questi fenomeni presentino una soglia si spiega assai bene, grazie ai fotoni, se si pensa che in ogni caso occorre un’energia minima perché il processo abbia luogo. Così ad es. l’energia di ionizzazione dell’idrogeno è 13.6 eV e quella di dissociazione di O_2 vale 5.1 eV: queste sono le energie minime che un fotone deve avere perché possa essere efficace. Usando la (1–2) si può calcolare la frequenza di soglia, e verificare quella ottenuta sperimentalmente. O viceversa, più spesso è la misura della frequenza di soglia il modo più semplice per conoscere l’energia di ionizzazione o di dissociazione.

L’effetto fotoelettrico ha anche applicazioni tecniche. In primo luogo viene usato in molti tipi di rivelatori di luce (fotocelle, fototransistor, fino a quei mosaici di rivelatori microscopici che si trovano nelle telecamere). Inoltre la capacità di ottenere una corrente elettrica dalla luce sta alla base di un metodo per ottenere energia elettrica direttamente dal Sole, con le celle *fotovoltaiche*, che non hanno ancora grande diffusione a causa del basso rendimento e dell’alto costo.

Sebbene molti degli esempi che abbiamo dati siano precedenti alla scoperta dei fotoni, è stato solo dopo tale scoperta che è stato possibile comprenderne il meccanismo, assoggettarli a studio scientifico e progettare svariate applicazioni.

Gli spettri atomici

Un altro grave problema della fisica classica era costituito dagli *spettri atomici*: ricordiamo di che si tratta.

Fin dalla prima metà dell’800 (Fraunhofer, Bunsen) era stato scoperto che composti chimici esposti alla fiamma emettevano luce di un colore caratteristico degli elementi costituenti: gialla per il sodio, viola per il potassio, verde per il rame, ecc. L’analisi spettroscopica aveva poi rivelato che quella luce consisteva di un numero di lunghezze d’onda discrete, che prese il nome di *spettro* dell’elemento; le singole lunghezze d’onda si chiamano tradizionalmente *righe spettrali*.

Lo spettro degli elementi chimici divenne subito un potente mezzo di analisi chimica, perché permetteva di rivelare la presenza dell’elemento anche in piccolissime quantità, non rivelabili con altri metodi. Poiché si tratta di luce emessa, più precisamente si parla in questo caso di *spettri d’emissione*.

Fu scoperto poi (Kirchhoff) che un gas o vapore era in grado di assorbire luce solo sulle stesse lunghezze d’onda (*spettro di assorbimento*) e questo portò

a un'altra scoperta fondamentale: già nella luce emessa dal Sole, e più tardi in quella di tutte le stelle, si erano visti degli spettri di assorbimento. Segno che nell'atmosfera esterna erano presenti dei gas capaci di assorbire la luce. In questo modo nasceva la *spettroscopia astronomica*, che studiava la composizione chimica delle atmosfere stellari attraverso lo studio degli spettri. Fu così accertato che gli elementi chimici presenti nelle stelle erano gli stessi conosciuti sulla Terra: una prova dell'unicità della materia e dell'universalità delle sue leggi.

Si realizzava così (e molto più in grande di quanto egli potesse pensare) il programma di Galileo: dimostrare che non ci sono differenze fra la materia terrestre e quella celeste.

Anzi: nello spettro della corona solare si notava (1868) l'esistenza di un elemento allora sconosciuto sulla Terra, ma che più tardi (1895) veniva ritrovato, in piccole tracce, in certi minerali. Si trattava del secondo elemento del sistema periodico: l'elio ($\text{H}\lambda\iota\omicron\varsigma = \text{Sole}$).

Fin qui le scoperte: dov'era il problema? Il problema nacque quando si tentò di spiegare perché gli atomi dovessero emettere e assorbire proprio quelle particolari lunghezze d'onda e non altre: nessuno riusciva a dedurre dalla struttura degli atomi (per es. dal modello di Rutherford) il complicato sistema di lunghezze d'onda caratteristiche di un certo elemento. Questo perfino nel caso più semplice: quello dell'idrogeno.

Era nota la formula empirica di Balmer:

$$\lambda = \frac{Kn^2}{n^2 - 4} \quad (1-4)$$

dove n è un intero > 2 e K vale circa 365 nm. Usando questa formula si possono calcolare tutte le lunghezze d'onda che si vedono nello spettro dell'idrogeno in luce visibile: per $n = 3$ si ha $\lambda = 657$ nm, poi si trovano i valori successivi: 487, 435... 365 nm. Le righe dello spettro dell'idrogeno vengono indicate con $\text{H}_\alpha, \text{H}_\beta, \dots$: si vede che la riga H_α corrisponde a luce rossa, la H_β verde, la H_γ a luce blu. Le righe s'infittono verso un limite che sta giusto al confine tra visibile e ultravioletto.

È importante per il nostro discorso sapere che lo spettro dell'idrogeno (come di tutti gli altri atomi) non è limitato alla sola regione visibile: esistono righe tanto nell'ultravioletto quanto nell'infrarosso. Per tutte queste righe è possibile scrivere una formula generale, dovuta a Rydberg, che assume forma più semplice se si usa la frequenza al posto della lunghezza d'onda:

$$\nu = R \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (1-5)$$

dove m e n possono essere interi positivi qualsiasi ($m < n$) e R , detta *costante di Rydberg*, vale $3.2880510 \cdot 10^{15}$ Hz. Già agli inizi del secolo la precisione delle

misure spettroscopiche era tale che la formula di Rydberg poté essere verificata con un errore di poche unità sull'ultima cifra scritta!

È ora facile verificare che per $n = 2$ la formula di Rydberg (1-5) ci riporta a quella di Balmer (1-4), con $K = 4c/R$, e che il valore di K è in accordo con quello dato sopra.

Secondo il modello di Rutherford l'unico elettrone dell'atomo d'idrogeno si muove di moto *periodico*, descrivendo un'orbita ellittica, o circolare nel caso più semplice. Era noto da tempo (l'abbiamo già ricordato) che una carica elettrica che si muove di moto accelerato deve emettere onde e.m., ma la frequenza delle onde può solo essere quella stessa del moto, o un suo multiplo intero. Dunque le frequenze delle righe spettrali dovrebbero essere tutte multiple di una fondamentale, il che non accade affatto.

L'interpretazione quantistica

È chiaro da quanto abbiamo detto che per il moto degli elettroni in un atomo e per l'emissione di radiazione e.m. valgono leggi fisiche diverse da quelle che si riassumono nel termine "fisica classica"; però i fatti che abbiamo descritto assumono un quadro coerente se si collegano i fenomeni di quantizzazione (dell'energia degli atomi, e di quella della radiazione) con i risultati della spettroscopia.

Accettiamo infatti, sulla base degli esperimenti di Franck e Hertz, che un atomo d'idrogeno possieda solo dei livelli discreti di energia, che indicheremo con $E_1, E_2, \dots, E_n, \dots$: allora potrà acquistare o perdere energia solo in quantità pari alla differenza di due livelli:

$$\Delta E_{m \rightarrow n} = E_n - E_m.$$

Se $m < n$ l'atomo acquista energia, se $m > n$ la perde.

Se poi lo scambio di energia avviene attraverso un fotone, la frequenza corrispondente si potrà ricavare dalla (1-2):

$$\nu_{m \rightarrow n} = \frac{E_n - E_m}{h}. \quad (1-6)$$

La formula così scritta si riferisce a un fotone *assorbito*; per un fotone *emesso* occorre scambiare E_m ed E_n a secondo membro. La (1-6) è la *regola di Bohr*, che fornisce la chiave per l'interpretazione degli spettri atomici.

Applichiamo infatti la regola di Bohr al caso dell'idrogeno: è evidente la corrispondenza fra la (1-6) e la formula di Rydberg (1-5). Basta prendere

$$E_n = -Rh/n^2 \quad (1-7)$$

perché le due formule coincidano. C'è solo una cosa da dire: se al posto della (1-7) avessimo scritto

$$E_n = -Rh/n^2 + E_0 \quad (1-8)$$

avremmo ugualmente ritrovato la formula di Rydberg, perché il termine costante E_0 si cancella nelle differenze. Le righe spettrali ci possono dare solo le differenze delle energie, ma questo non è un problema, perché già sappiamo che l'energia è definita a meno di una costante arbitraria.

Se scegliamo, come è d'uso, che l'energia valga zero quando l'elettrone è infinitamente lontano dal nucleo (e di conseguenza che sia negativa quando l'elettrone è *legato* nell'atomo) allora la costante E_0 va presa proprio nulla: infatti la (1-8) ci dice che al crescere di n l'energia dei livelli tende al limite E_0 . Ritroviamo così la (1-7).

Una prima osservazione: dalla (1-7) si vede che lo stato fondamentale dell'atomo, ossia quello di minima energia, si ha per $n = 1$, e la sua energia vale $E_1 = -Rh = -2.18 \cdot 10^{-18} \text{ J} = -13.6 \text{ eV}$. Per ionizzare l'atomo occorrerà dunque un'energia di 13.6 eV. La cosa importante è che abbiamo potuto calcolare l'energia di ionizzazione *partendo solo dai dati spettroscopici*.

Purtroppo non esistono formule semplici come quella di Rydberg per gli spettri degli altri atomi; di conseguenza non ci sono formule come la (1-7) per i livelli di energia. Però continua a valere l'idea di Bohr, e dalla conoscenza delle frequenze delle righe spettrali è sempre possibile (anche se molto più complicato) risalire ai livelli di energia. [Cenno al calcolo di Bohr?]

Emissione di luce e fluorescenza

Possiamo ora comprendere alcuni fenomeni che appartengono oggi alla vita quotidiana, come pure altri che hanno avuto grande importanza nello sviluppo della fisica di questo secolo.

Pensiamo, come primo passo, ad atomi d'idrogeno: per es. a una bottiglia di vetro che contiene il gas. Cominciamo col chiederci: se in condizioni normali gli atomi si trovano (quasi) tutti nello stato fondamentale, come possiamo fare per portarli a un'energia più alta (o, come si dice, a uno stato *eccitato*)?

Ci sono più modi possibili, due dei quali sono già stati descritti: possiamo urtare gli atomi, per es. con elettroni (come nell'esperimento di Franck-Hertz) oppure possiamo mandarci sopra dei fotoni della giusta energia. Il primo metodo è quello che viene usato in tutti i *tubi luminescenti*, nei quali si produce una scarica elettrica attraverso il gas rarefatto. La corrente elettrica che passa nel tubo consiste prevalentemente di elettroni, che urtando gli atomi del gas li eccitano. Avremo quindi nel gas atomi che si trovano ad avere tante diverse energie: E_1 (quella fondamentale) ma anche E_2 (primo livello eccitato) E_3 , ecc.

Gli atomi non restano a lungo nello stato eccitato, perché possono facilmente perdere energia *emettendo un fotone*. Se l'atomo è nello stato E_2 , l'unica possibilità è che emetta un fotone di energia $E_2 - E_1$; se invece è nello stato E_3 può emettere fotoni di due diverse energie: $E_3 - E_1$ ed $E_3 - E_2$. E così via. Il gas emetterà quindi radiazione e.m. di molte diverse frequenze, e già sappiamo che

quelle della serie $E_n - E_2$ corrispondono a luce visibile. Perciò il tubo apparirà luminoso ai nostri occhi.

I tubi luminescenti non contengono di solito idrogeno, ma altri gas, per es. neon o argon: a seconda del gas, cambierà il colore della luce emessa, che è la combinazione di molte righe spettrali caratteristiche del gas.

I *tubi fluorescenti* invece sono ancora tubi nei quali ha luogo una scarica in un gas, ma per di più portano uno *strato fluorescente* sulla parete. La funzione di questo materiale è la seguente. Nel tubo è presente vapore di mercurio, che ha una forte emissione nell'ultravioletto, ossia con fotoni di energia maggiore di quelli della luce visibile. Questi fotoni arrivano sulla parete del tubo ed eccitano gli atomi dello strato fluorescente. Gli atomi riemettono l'energia assorbita, sotto forma di fotoni *di energia minore* di quella ricevuta: perciò la luce che arriva all'esterno non è ultravioletta, ma visibile.

Questa conversione da radiazione ultravioletta in visibile (più in generale, da frequenza maggiore a frequenza minore) è appunto la *fluorescenza*.

Le nebulose planetarie e l'enigma del Nebulio

Il fenomeno della fluorescenza ha permesso di spiegare l'emissione di luce da alcuni oggetti celesti di un tipo peculiare: le nebulose planetarie. Il termine "nebulosa" nell'astronomia fino agli inizi di questo secolo si applicava indifferentemente a tutti gli oggetti celesti che avessero un aspetto non stellare, ma in qualche modo diffuso. Oggi sappiamo che in questa categoria erano stati confusi almeno tre tipi di oggetti: le *galassie*, le *nebulose gassose* propriamente dette, e le *nebulose planetarie*. L'oggetto più noto del primo tipo è la "nebulosa di Andromeda," così detta dalla costellazione in cui appare. Al secondo tipo appartiene la "nebulosa di Orione"; la più nota fra le nebulose planetarie è quella "della Lira."

Le nebulose planetarie si chiamano così perché sono sempre associate a stelle, e hanno spesso la forma di un anello, più o meno completo, che circonda la stella. Oggi sappiamo che in effetti si tratta di un guscio di materia gassosa, che è stato emesso dalla stella durante una fase esplosiva. Ma l'aspetto interessante è la luce emessa dalla nebulosa.

Questa luce si presenta composta di righe spettrali discrete, che non hanno niente a che fare con la luce della stella centrale. Il problema è che per lungo tempo nessuno riuscì a riconoscere a quali elementi appartenessero queste righe, tanto che si finì per pensare che si trattasse di un elemento nuovo, presente solo nelle planetarie, e che perciò venne battezzato "Nebulio." Solo nel 1928 Bowen scoprì che quelle righe erano in realtà dovute a elementi assai comuni anche sulla Terra: azoto e ossigeno, ma ionizzati.

Bisogna tener presente che in qualunque tubo a scarica sono presenti ioni degli atomi del gas, perché ci sono sempre elettroni di energia così grande da

poter ionizzare per urto. Dunque perché le righe “del nebulio” non si erano mai viste in laboratorio?

Ritorniamo all'emissione di fotoni da parte di un atomo (o di uno ione) eccitato. Abbiamo già detto che in genere da un livello eccitato sono possibili diverse strade di emissione, ai livelli inferiori; quello che non avevamo spiegato è che i diversi atomi (o ioni) prendono l'una o l'altra di queste strade *in modo casuale*, con ben definite probabilità che sono caratteristiche dell'atomo. Ci sono quindi *transizioni* più o meno probabili: tra queste alcune hanno probabilità bassissime e vengono dette abitualmente *proibite*.

Però un atomo di un gas che si trovi in uno stato eccitato non perde energia necessariamente emettendo un fotone: può anche accadere che la perda urtando un altro atomo o un elettrone. Se l'emissione del fotone è poco probabile, come accade in una transizione proibita, quasi sempre prevarrà la diseccitazione per urto, e i fotoni non saranno emessi. Di conseguenza la riga spettrale corrispondente non sarà visibile.

Tuttavia la diseccitazione per urto può diventare a sua volta assai improbabile, se il gas è *molto rarefatto*: in tal caso ogni atomo resta isolato per lungo tempo, e finisce “per forza” per emettere un fotone. Questo è proprio ciò che accade nelle nebulose planetarie, dove la densità del gas è di molti ordini di grandezza inferiore a quella dei tubi a scarica usati in laboratorio.

Resta da capire che cosa eccita gli ioni di azoto e di ossigeno. Sebbene il meccanismo sia più complicato, in sostanza si tratta di fotoni emessi dalla stella centrale. Solo che l'energia necessaria per eccitare gli ioni è maggiore di quella dei fotoni riemessi. La ragione è la seguente: indichiamo (semplificando un po') con E_1 , E_2 , E_3 le energie dei primi tre livelli di uno ione. La transizione proibita di cui abbiamo detto è quella da E_2 a E_1 . Gli ioni possono arrivare allo stato E_2 nel seguente modo: un fotone assorbito porta da E_1 a E_3 , poi viene riemesso un fotone di energia $E_3 - E_2$ (fig. 1-2).

I fotoni necessari per passare da E_1 a E_3 corrispondono a radiazione ultravioletta, che proviene dalla stella centrale, che ha un'alta temperatura superficiale (anche 10 volte maggiore di quella del Sole, come temperatura assoluta). Siamo quindi in presenza di un tipico esempio di fluorescenza, associato al fenomeno di irradiazione emessa in una transizione proibita: una combinazione di eventi che risolve l'enigma del Nebulio.

Riassumiamo

- Una serie di fatti sperimentali ci hanno obbligato ad ammettere due cose:
- Gli atomi (ma non solo gli atomi) non possono avere energie qualsiasi, ma solo certi *livelli quantizzati*, che sono caratteristici dell'atomo in questione.
 - La radiazione e.m. consiste di quanti, o *fotoni*, ciascuno dei quali porta una quantità di energia ben definita, legata alla frequenza della radiazione dalla formula di Einstein–Planck.

Entrambi questi fatti sono incompatibili con le leggi della fisica classica; però abbiamo potuto usarli per spiegare una quantità di fenomeni: stabilità e identità degli atomi, reazioni fotochimiche, righe spettrali della luce emessa o assorbita dai gas, fluorescenza. E ancora: perché esistono solidi e in particolare cristalli; perché le molecole di un gas si comportano come palline rigide.

In realtà, come i fisici videro subito, il potere esplicativo di queste poche idee è ancora più esteso, ma per capirlo dobbiamo far entrare in gioco un altro aspetto della fisica microscopica: il comportamento *statistico* di grandi numeri di atomi o molecole. A questo dedicheremo la seconda parte.

Quanto maggiore è il successo di queste idee, tanto maggiore si fa l'urgenza di risolvere il contrasto con la fisica classica, ossia di costruire una *fisica quantistica*; a questo sarà dedicata la terza parte.

Introduzione alla fisica quantistica

Seconda parte: il caso

Elio Fabri

Dipartimento di Fisica – Università di Pisa

————— o —————

*Finally, by establishing a necessary relation
between the motions of translation and rotation
of all particles not spherical,
we proved that a system of such particles
could not possibly satisfy the known relation
between the two specific heats.*

J. C. Maxwell

*Quanto più astratta diventa la ricerca teorica,
tanto più essa si fa potente.*

L. Boltzmann

L'equilibrio statistico

Abbiamo detto più volte, nella prima parte, che in condizioni normali gli atomi di un corpo (in particolare di un gas) si trovano tutti nello stato fondamentale, o più esattamente che è assai improbabile trovarli in uno stato eccitato. Abbiamo anche accennato che questo non è più vero quando aumenta la temperatura, per es. nelle stelle.

Dobbiamo ora approfondire questo punto, perché ci darà la chiave per spiegare molti altri fenomeni. Ci porterà inoltre vicino a un altro grande capitolo della fisica, che ha avuto inizio nel secolo scorso e si è sviluppato in questo: la *meccanica statistica*.

Per chiarire la questione di cui vogliamo occuparci, consideriamo una situazione concreta e la più semplice possibile: la bottiglia di vetro piena d'idrogeno, di cui abbiamo già fatto uso. In tale bottiglia è presente un numero grandissimo di atomi (in realtà uniti a due a due a formare molecole, ma questo non ha ora importanza; comunque esistono anche gas monoatomici: ad es. l'elio e tutti i *gas nobili*). Non è male farsi un'idea di tale numero. Se la bottiglia contiene un litro di gas a condizioni ambientali, sappiamo che si tratta all'incirca di $1/22$ di mole, e poiché una mole contiene un numero di molecole pari al numero di

Avogadro N_A , che vale circa $6 \cdot 10^{23}$, nella bottiglia ce ne saranno $2.7 \cdot 10^{22}$, ossia $5.4 \cdot 10^{22}$ atomi.

Tutti questi atomi, come sappiamo, sono in moto incessante (agitazione termica) e si urtano continuamente fra loro. La situazione non è quindi molto diversa da quella dell'esperimento di Franck–Hertz, e dobbiamo aspettarci che di quando in quando qualche urto possa essere *anelastico*, il che vuol dire che uno degli atomi assorbe energia, passando a un livello eccitato, e parallelamente l'energia cinetica degli atomi diminuisce di altrettanto. Potrà anche accadere il viceversa: se un atomo dei due che si urtano è già in uno stato eccitato, potrà perdere energia nell'urto, passando a uno stato di energia inferiore (per es., ma non necessariamente, allo stato fondamentale). In questo caso l'energia cinetica dei due atomi aumenterà in conseguenza dell'urto. [Esempio della penna con molla?]

Tutta questa varietà di urti avviene nel gas a ritmo rapidissimo e in continuazione: perciò dobbiamo aspettarci che un singolo atomo non resti a lungo in un dato livello di energia, ma cambi continuamente. Però questo a noi interessa poco: c'interessa invece molto di più una *statistica*.

Supponiamo di poter misurare *a un certo istante* le energie di tutti gli atomi del gas: quanti ne troveremo all'energia E_1 ? quanti all'energia E_2 ? eccetera. E soprattutto: se ripetessimo la misura a un istante diverso, troveremmo numeri molto diversi, all'incirca uguali, o esattamente uguali? È il problema fondamentale della meccanica statistica: prevedere il risultato di queste misure e il loro andamento nel tempo.

La meccanica statistica è una creazione della fisica teorica della seconda metà del secolo scorso, ed è legata soprattutto ai nomi di James Clerk Maxwell e di Ludwig Boltzmann. Si tratta di una materia di gran lunga troppo complessa per essere presentata qui, e ci dobbiamo limitare a dare qualcuno dei suoi risultati.

Il primo, che corrisponde del resto all'esperienza comune, è il seguente: nelle condizioni che abbiamo descritte, e qualunque sia lo stato da cui parte, il gas tende in breve tempo a un *equilibrio statistico*: con ciò s'intende che la statistica detta sopra darà risultati praticamente costanti nel tempo. L'avverbio "praticamente" è stato scritto per scrupolo, perché a rigore i numeri non restano esattamente costanti (ci sono delle *fluttuazioni*) ma variano di quantità del tutto inapprezzabili quando il numero di atomi è grande come quello presente nella bottiglia. Le fluttuazioni non sono più trascurabili quando il numero di atomi sia piccolo: cosa che dovremo tenere presente fra poco.

L'esperienza comune entra in questo: si sa che qualsiasi perturbazione che si produca in un gas (e non solo in un gas) tende a estinguersi dopo un tempo più o meno lungo. Se riscaldiamo in un punto l'aria di una stanza, dopo un po' di tempo la temperatura si uniforma in tutta la stanza; se introduciamo un componente estraneo (per es. un profumo) questo si diffonde ovunque; se mettiamo in moto l'aria con un ventilatore, appena fermate le pale l'aria si riporta

in quiete. . . E si possono portare quanti esempi si vuole dello stesso genere: tutti rientrano nello schema generale, secondo cui *qualsiasi scostamento dall'equilibrio statistico tende a smorzarsi col tempo*.

Il secondo risultato ha carattere quantitativo: è possibile prevedere i numeri della statistica, conoscendo soltanto i valori dei livelli energetici degli atomi. Ma su ciò torneremo più avanti, dopo aver descritto meglio come si arriva all'equilibrio, con l'aiuto di una simulazione a computer.

La distribuzione di Boltzmann

Nel computer “gira” un programma che “simula” quello che accade realmente in un gas, al modo seguente. Supponiamo per semplicità che i livelli energetici dei nostri atomi siano equidistanti, e indichiamo con N il numero totale di atomi (tutti identici, ricordiamo). Perché il computer possa fare i calcoli in un tempo ragionevole, N dovrà essere molto molto minore del numero reale: potremo prendere ad es. $N = 100$. All'inizio questi 100 atomi sono distribuiti in un modo qualsiasi fra tutti i livelli: anzi, siamo noi che diciamo al computer come vogliamo distribuire gli atomi. Dopo di che diamo il via al programma.

Nel computer succede questo: si scelgono a caso due atomi e li si fanno urtare: essi si scambiano energia, nel senso che il primo atomo (donatore) scende al livello immediatamente inferiore a quello occupato, e il secondo (accettore) sale a quello immediatamente superiore. Attenzione: non è affatto detto che il primo atomo avesse energia maggiore del secondo; ma si capisce che se esso sta nel livello fondamentale lo scambio di energia non potrà avvenire. Si ripete il gioco per un'altra coppia scelta a caso, ecc.

Poiché il computer è infaticabile, la simulazione va avanti quanto vogliamo; sullo schermo appare a sinistra la situazione di ciascun atomo, ossia l'energia in cui esso si trova, e si vede come vada cambiando in modo irregolare e apparentemente disordinato. Sulla destra è rappresentata la statistica, sotto forma d'*istogramma*. Osservando questo istogramma, che all'inizio poteva avere una forma qualsiasi (quella che abbiamo decisa noi) si vede che la popolazione di atomi evolve verso una *distribuzione di equilibrio*, nel senso che l'istogramma acquista una forma pressoché stabile, che nel resto del tempo cambia di poco attorno a una configurazione media.

Ricordiamo quello che abbiamo detto sopra: poiché il numero di atomi è piccolo, dovevamo aspettarci delle fluttuazioni. Se avessimo un computer molto più veloce, o molta pazienza, potremmo provare ad aumentare N per convincerci che le fluttuazioni sono sempre meno importanti. In nessun caso però potremmo realizzare la simulazione con numeri come quelli che si hanno nel gas vero. È qui che entra in gioco il genio di Boltzmann, il quale senza computer, simulazioni e simili riuscì non solo a dimostrare che si deve raggiungere un equilibrio statistico, ma anche a dare una formula per la distribuzione degli atomi fra i livelli.

La formula è questa:

$$n_i \propto e^{-E_i/kT}. \quad (2-1)$$

Qui n_i rappresenta la *popolazione* dell' i -mo livello, e il segno \propto sta a indicare che manca un “fattore di normalizzazione,” che dipende dal numero totale di atomi. E_i è l'energia dell' i -mo livello, T è la temperatura assoluta del gas e la costante $k = R/N_A$ è il rapporto fra la costante R dei gas e il numero di Avogadro. Tale costante, che tutti i fisici chiamano *costante di Boltzmann*, vale $1.38 \cdot 10^{-23}$ J/K.

Nota: In realtà il calcolo di Boltzmann è di molto anteriore alla scoperta della quantizzazione, ed era perciò inteso per distribuzioni *continue* di energia. Fortunatamente la stessa legge di distribuzione resta valida anche in presenza di quantizzazione.

L'equipartizione dell'energia

Ci si può chiedere come mai nella formula di Boltzmann (2-1) interviene la temperatura. La risposta si ha ricordando che l'equilibrio statistico si raggiunge grazie agli urti fra gli atomi, e dipende quindi dalle energie cinetiche che gli stessi atomi possiedono.

Già prima di Maxwell si era compreso che il moto disordinato degli atomi nel gas (l'agitazione termica) è legato alla temperatura, nel senso che *l'energia cinetica media di un atomo è proporzionale alla temperatura assoluta del gas*. Si può dunque dire che la temperatura assoluta è una misura *macroscopica* dello stato di agitazione delle molecole.

Sappiamo che nel caso semplice di un gas monoatomico l'energia cinetica media degli atomi vale $\frac{3}{2}kT$. È utile aver presente il valore di kT a temperatura ambiente: per $T = 290$ K si ha $kT = 4 \cdot 10^{-21}$ J = 0.025 eV. Ritroveremo spesso questo numero nel seguito.

Maxwell fa un passo avanti: estende questo risultato a molecole con un numero qualunque di atomi. Vediamo l'esempio, ancora abbastanza semplice, di una molecola biatomica.

Possiamo immaginarci una molecola biatomica in due modi diversi: o come due palline (gli atomi) uniti da una sbarretta rigida, oppure come due palline legate fra loro con una molla. Cominciamo con il primo modello.

Due palline attaccate a una sbarretta rigida possono muoversi in molti modi: tutto il sistema si può spostare nello spazio in tre diverse direzioni, ma sono anche possibili delle *rotazioni*, attorno a due assi diversi. Per esempio, se supponiamo la sbarretta verticale, essa potrà ruotare in direzione Est–Ovest oppure in direzione Nord–Sud. In totale ci sono dunque 5 possibili movimenti della molecola, e si dice che essa ha 5 *gradi di libertà*. Con lo stesso linguaggio, una molecola fatta di un solo atomo ha soltanto 3 gradi di libertà.

Maxwell riesce a dimostrare il *teorema di equipartizione*: all'equilibrio statistico l'energia cinetica media totale di una molecola è proporzionale al numero dei suoi gradi di libertà. Poiché già sappiamo che per una molecola monoatomica, che ha 3 gradi di libertà, l'energia cinetica media è $\frac{3}{2}kT$, si vede subito che per quelle biatomiche dovrà essere $\frac{5}{2}kT$.

Che cosa cambia con il secondo modello di molecola (quello con la molla)? Si aggiunge un altro tipo di movimento: la molecola può *vibrare*, allungando o accorciando la molla. Dunque questa molecola ha 6 gradi di libertà, e il teorema di Maxwell ci porta a dire che la sua energia cinetica totale media sarà $\frac{6}{2}kT = 3kT$.

Emissione e assorbimento della luce

Come primo esempio delle conseguenze della diversa popolazione dei livelli, vediamo l'effetto sull'emissione e assorbimento della luce da parte degli atomi. Prendiamo per esempio l'idrogeno: dalla (1-7) abbiamo già ottenuto l'energia del livello fondamentale: $E_1 = -13.6\text{ eV}$. Dalla stessa formula si trova subito $E_2 = -3.4\text{ eV}$; dunque la distanza dal livello fondamentale al primo livello eccitato è di 10.2 eV .

Calcoliamo ora il rapporto delle popolazioni dei primi due livelli a temperatura ambiente:

$$\frac{n_2}{n_1} = \exp\left(\frac{E_2 - E_1}{kT}\right) = e^{-408} \simeq 10^{-177}.$$

È difficile farsi un'idea di quanto sia piccolo questo numero. Se avessimo una quantità d'idrogeno che contiene 10^{177} atomi, potremmo trovarne soltanto uno nel primo livello eccitato, mentre tutti gli altri starebbero nel fondamentale. Ma 10^{177} è una quantità veramente immensa, se si considera che nell'intero universo visibile, che è composto prevalentemente d'idrogeno, si stima che ci siano intorno a 10^{80} atomi. Per avere 10^{177} atomi si dovrebbero mettere insieme ben 10^{97} universi: infatti

$$10^{97} \times 10^{80} = 10^{97+80} = 10^{177}.$$

Se ci limitiamo più ragionevolmente alla solita bottiglia, possiamo dire con certezza che tutti gli atomi stanno nello stato fondamentale. Di conseguenza l'idrogeno a temperatura ambiente può assorbire soltanto luce i cui fotoni hanno energie pari alle differenze fra quella del livello più basso e gli altri, ossia di almeno 10.2 eV . A conti fatti si vede che l'idrogeno assorbe solo nel lontano ultravioletto (serie di Lyman, fig. 2-1).

Anche con temperature parecchio più alte di quella ambiente, il risultato non è praticamente diverso. Vediamo ad es. che cosa accade se $T = 3000\text{ K}$:

$$\frac{n_2}{n_1} = e^{-39.4} \simeq 10^{-17}.$$

Se però la temperatura aumenta molto, un buon numero di atomi passano al livello superiore, e da questo è possibile un assorbimento di luce nel visibile (serie di Balmer, fig. 2-1).

Viceversa, per avere emissione di luce visibile dall'idrogeno occorrerà che alcuni atomi vengano portati (con qualsiasi mezzo, per es. con una scarica elettrica) almeno al livello E_3 : da questo, scendendo al secondo emetteranno fotoni di energia $E_3 - E_2 = 1.9 \text{ eV}$, cioè luce della riga H_α , di color rosso. E così via.

Quello che capita con l'idrogeno accade con molti altri gas, in particolare con l'azoto e l'ossigeno dell'aria: è per questo che la luce del Sole attraversa l'atmosfera senza essere praticamente assorbita.

Torniamo ora alla temperatura ambiente, per osservare che anche se la differenza di energia fra livello fondamentale e primo eccitato fosse di solo 1 eV, il risultato in pratica non cambierebbe: invece di 10^{177} avremmo 10^{17} , che è sempre un numero enorme.

Dunque in un gas a temperatura ambiente gli atomi si trovano sempre nello stato fondamentale, e l'agitazione termica non riesce a eccitarli. In altre parole: negli urti tra gli atomi l'energia cinetica si conserverà sempre (urti elastici). Ecco perché gli atomi si comportano come se fossero delle palline rigide: proprio quello che si suppone nella teoria cinetica.

Gli spettri delle stelle

A metà del secolo scorso il gesuita Angelo Secchi ebbe per primo l'idea di classificare le stelle in base alle righe d'assorbimento visibili nella loro luce. Tale classificazione è l'origine di quella usata ancor oggi, che divide le stelle in *classi spettrali*: O, B, A, F, G, K, M (più altre speciali che tralasciamo).

La prima cosa che colpisce chi vede questa classificazione è lo strano ordine delle lettere: perché non è alfabetico? (Nei paesi di lingua inglese è stata inventata, per aiutare gli studenti, una frase mnemonica: "Oh, Be A Fine Girl, Kiss Me.") In effetti la classificazione era in origine in ordine alfabetico: le stelle venivano ordinate secondo la visibilità della serie di Balmer, ossia delle righe dell'idrogeno. Le stelle di classe A (come Sirio) sono quelle in cui la serie di Balmer è più visibile, poi via via tutte le altre; nelle stelle M ed O la serie di Balmer non si vede affatto, ma si distinguono per altri caratteri.

Forse questo vuol dire che in quelle stelle non c'è idrogeno? Al contrario: oggi sappiamo che tutte le stelle, almeno nella parte esterna, consistono in prevalenza di questo elemento. Allora perché in certe stelle l'idrogeno assorbe la luce, e in altre no? (Ricordiamo che abbiamo parlato di righe di *assorbimento*.)

Dopo la scoperta della quantizzazione la risposta è chiara: quella che conta è la *temperatura* degli strati esterni della stella (quella che si chiama l'*atmosfera*). Se la temperatura è bassa (relativamente: basta che non sia troppo alta, ad es. 3000 K, classe M) l'idrogeno sta praticamente tutto nello stato fondamentale, e abbiamo visto che a partire da quell'energia non si può assorbire luce visibile,

ma solo ultravioletta. Purtroppo, almeno finché non sono stati costruiti gli osservatori su satellite, gli astrofisici erano obbligati a studiare solo la luce visibile, perché quella ultravioletta non attraversa l'atmosfera terrestre.

A 6000 K (come il Sole, classe G) o meglio a 10 000 K come Sirio, classe A, un buon numero di atomi sta nel primo livello eccitato, e allora l'assorbimento nel visibile si presenta. Ma che succede se la temperatura sale ancora? Per esempio ai 20 000 K della classe B o ai 40 000 K e più della classe O?

Succede che gli atomi d'idrogeno non solo possono andare nel primo livello eccitato, ma anche negli altri, e possono perfino ionizzarsi; anzi questa è la situazione prevalente. Allora pochi atomi restano nel livello E_2 , e la serie di Balmer non si vede più.

Con questo abbiamo anche spiegato la ragione dell'ordine OBAFGKM: si tratta di una disposizione secondo *temperatura superficiale decrescente*.

I calori specifici dei gas

Ripartiamo da un gas monoatomico, il più semplice possibile, e chiediamoci che cosa accade quando lo scaldiamo. È ovvio che aumenta l'energia cinetica degli atomi (molecole): se abbiamo una mole di gas, che contiene N_A molecole, la cui energia media è $\frac{3}{2}kT$, avremo un'energia (cinetica) totale $\frac{3}{2}N_A kT = \frac{3}{2}RT$, proporzionale alla temperatura.

Se il gas, durante il riscaldamento, è tenuto a volume costante, tutta l'energia che gli cediamo sotto forma di calore va ad aumentare l'energia interna, che coincide in questo caso con l'energia cinetica della molecole. Quindi il calore occorrente per aumentare la temperatura di ΔT è $\frac{3}{2}R \Delta T$, il che è quanto dire che la capacità termica di una mole di gas monoatomico (a volume costante) vale

$$C_V = \frac{3}{2}R.$$

Sappiamo poi che in generale per un gas perfetto vale la relazione di Mayer:

$$C_P = C_V + R = \frac{5}{2}R$$

e combinando queste si arriva a

$$\frac{C_P}{C_V} = \frac{5}{3}. \quad (2-2)$$

La relazione (2-2) è in eccellente accordo con i dati sperimentali, come avevamo già anticipato.

Facciamo ora lo stesso discorso per un gas biatomico. Usando il modello con la barretta rigida, non c'è da cambiare altro che numero dei gradi di libertà. Si trova così

$$C_V = \frac{5}{2}R, \quad C_P = C_V + R = \frac{7}{2}R$$

$$\frac{C_P}{C_V} = \frac{7}{5}. \quad (2-3)$$

Che cosa ci dicono le misure? Qui si hanno risultati contrastanti: mentre la (2-3) è abbastanza ben verificata per certi gas (H_2 , N_2 , O_2) non lo è per altri (es. Cl_2).

Si può pensare che forse per alcune molecole sia più adeguato il modello con la molla; ma per quel modello la teoria porta a un rapporto $9/7$. Questo a prima vista può sembrare sbagliato: con la molla i gradi di libertà sono 6, e il rapporto dovrebbe essere $8/6 = 4/3$. Il fatto è che se c'è una molla la molecola non ha solo energia cinetica, ma anche energia potenziale. Si può facilmente dimostrare (ma non vogliamo divagare troppo) che in media l'energia potenziale della molla è uguale all'energia cinetica della vibrazione, ossia ancora a $\frac{1}{2}kT$. Perciò l'energia media totale è $\frac{7}{2}kT$, e da qui si arriva appunto al rapporto $9/7$.

Purtroppo il valore misurato per Cl_2 è 1.32, ossia intermedio fra $9/7 = 1.286$ e $7/5 = 1.400$. Poiché non si può pensare a un modello intermedio (parte molla e parte barretta) il rapporto ottenuto per il cloro riesce incomprensibile. Ancor peggio vanno le cose se si passa alle molecole poliatomiche.

È a questo quadro che si riferisce Maxwell nella citazione in epigrafe. Nel 1900 lord Rayleigh scrive: “Siamo posti di fronte a una difficoltà fondamentale, che non è semplicemente connessa alla teoria dei gas, quanto piuttosto alla dinamica generale.”

Il congelamento dei gradi di libertà

Vogliamo ora mostrare che distribuzione di Boltzmann e livelli discreti permettono di spiegare le anomalie dei calori specifici.

Riprendiamo a questo scopo il modello della molecola con la molla. Se sono quantizzati i valori dell'energia nel moto degli elettroni interni a un atomo, è naturale pensare che lo siano anche quelli legati alle vibrazioni della molecola. Di fatto oggi sappiamo che tutte le molecole possono vibrare, ossia che gli atomi sono legati fra loro da forze (approssimativamente elastiche) e non da vincoli rigidi. Sappiamo anche calcolare i livelli di energia relativi alle vibrazioni: per es. per una molecola di azoto (N_2) la distanza dei livelli è di circa 0.3 eV.

Ricordando quello che abbiamo detto in precedenza, si vede che a temperatura ambiente non sarà possibile eccitare la vibrazione: per quanto riguarda la vibrazione tutte le molecole sono nello stato fondamentale, il che è quanto dire che tutto va come se al posto della molla ci fosse una bacchetta rigida.

Perché allora il cloro si comporta diversamente? La ragione è che in questa molecola i livelli di vibrazione sono più vicini perché gli atomi di cloro hanno massa maggiore. Come mai? Lo si può capire pensando che massa maggiore significherà frequenza di vibrazione più bassa, e che frequenza minore significa anche energia minore, seguendo Planck. Di conseguenza nella molecola Cl_2 è possibile, anche se poco probabile, che la vibrazione venga eccitata. Ecco perché abbiamo un caso intermedio fra la molla e la bacchetta.

Il fenomeno è generale: se la temperatura non è sufficientemente alta, non è possibile eccitare le vibrazioni, e tutto va come se quei gradi di libertà non ci fossero (si parla di gradi di libertà *congelati*).

Importanza dei numeri

In tutte le applicazioni che abbiamo viste della quantizzazione giocano un ruolo essenziale i confronti fra alcuni valori numerici, anche solo come ordini di grandezza. Ad esempio, che l'idrogeno sia trasparente nel visibile (a temperatura ambiente) dipende dal fatto che quasi tutti gli atomi si trovano nello stato fondamentale, il che a sua volta accade — come abbiamo già detto — perché la distanza del primo livello eccitato è 300 volte maggiore dell'energia cinetica media degli atomi.

I numeri in sé sono “casuali,” nel senso che non hanno nessuna particolare necessità fisica; ad es. la temperatura dipende solo dal fatto che ci troviamo su di un dato pianeta, a una certa distanza da una particolare stella. Tuttavia fatti assolutamente fondamentali del nostro ambiente, come la trasparenza dell'atmosfera, dipendono in modo essenziale da quei particolari numeri.

Lo stesso accade, come abbiamo visto, per il successo del modello “a palline” per i gas, che di nuovo si giustifica perché negli urti fra atomi questi si comportano come se non avessero struttura interna, causa il grande divario fra il salto di energia fra i livelli interni e le energie tipiche dell'agitazione termica. Questo è vero perché la temperatura del nostro ambiente è quella che è: se fosse più alta il modello a palline non funzionerebbe. Però, per la stessa ragione, gli atomi non potrebbero neppure formare molecole, e tantomeno quei lunghi polimeri che costituiscono gli organismi viventi, tra i quali noi stessi.

Anche scendendo di livello, se possiamo trattare i nuclei come palline quando studiamo gli atomi, la ragione è ancora che le distanze dei livelli nucleari sono molto maggiori di quelle dei livelli atomici. Se non fosse così, la fisica atomica non potrebbe essere separata dalla fisica nucleare, e tutto sarebbe molto più complicato.

Questo gioco dei valori numerici è caratteristico della fisica quantistica, dove hanno un ruolo essenziale, come vedremo ancor meglio in seguito, le *costanti fondamentali*, come la costante di Planck, la carica e la massa dell'elettrone, e poche altre. Ci accorgeremo che energie e dimensioni degli atomi sono fissate dai valori delle costanti fondamentali, e in conseguenza di ciò, lo stesso accade per tutta una serie di grandezze anche macroscopiche, come la densità dei solidi, le proprietà ottiche della materia, ecc. ecc.

Introduzione alla fisica quantistica

Terza parte: l'ampiezza

Elio Fabri

Dipartimento di Fisica – Università di Pisa

————— o —————

*Bohr used to say that if you aren't
confused by quantum physics, then
you haven't really understood it.*

J. A. Wheeler

I fotoni: particelle della luce

Abbiamo scritto nella prima parte che la luce non consiste di onde, bensì di particelle. Eppure per tutto l'800 i fisici non avevano dubbi che la natura fisica della luce fosse tutt'altra: che la luce consistesse di onde. Per di più, con la costruzione della teoria di Maxwell, che prevedeva l'esistenza di onde e.m., e con la successiva dimostrazione sperimentale che le onde e.m. esistono realmente, la questione sembrava risolta in modo definitivo: quella che chiamiamo luce non è altro che un tipo particolare di onde e.m.

La convinzione del carattere ondulatorio della luce si basava su di una serie di fatti sperimentali (sempre i fatti!) che ricordiamo solo con i loro nomi: i fenomeni d'*interferenza* e di *diffrazione*. Era noto, ed è facile anche oggi verificare in laboratorio, che tutte le onde conosciute in fisica danno luogo a interferenza e diffrazione: questo vale per le onde sulla superficie di un liquido come per le onde sonore. Di qui la conclusione: poiché le onde manifestano interferenza e diffrazione, e anche la luce manifesta interferenza e diffrazione, ne segue che la luce consiste di onde.

È facile convincersi che sul piano logico tale conclusione è ingiustificata: tutti i pesci vivono nell'acqua, i delfini vivono nell'acqua, quindi i delfini sono pesci? Non vogliamo dire con questo che per un secolo i fisici avessero commesso un così banale errore di logica, ma solo che si trattava di un'*induzione*, non di una *deduzione*: era molto plausibile, sulla base dell'analogia con fenomeni a carattere ondulatorio, indurre che anche la luce fosse fatta di onde. Molto spesso le scienze sperimentali procedono in questo modo, e con successo; ma può anche accadere che ricerche successive mostrino che l'induzione non era giustificata. Questo è proprio ciò che è accaduto con la luce.

Tuttavia il discorso non finisce qui, perché se affermiamo che la luce è fatta di particelle (i fotoni) ci resta ancora da spiegare come mai manifesti quei comportamenti che siamo abituati ad attribuire alle onde. Quanto meno dobbiamo essere preparati ad ammettere che se di particelle si tratta, sono particelle *sui generis*, molto diverse dall'idea di particella che ci viene suggerita dall'esperienza quotidiana.

Il concetto di particella, come noi lo conosciamo finora, nasce per generalizzazione e astrazione da oggetti materiali: palline, piccoli semi, granelli di sabbia. Una particella occupa a ciascun istante una determinata *posizione* nello spazio, e quando si muove descrive una ben determinata *traiettoria*. Quando si pensa a una particella si suppone di solito di poterne trascurare le dimensioni, e a maggior ragione la struttura interna.

È forse il caso di osservare che il concetto di particella si applica anche a oggetti che alla nostra scala sono non soltanto grandi, ma giganteschi: ad es. un astronomo che studi la struttura e l'evoluzione di una galassia, o l'effetto degli "urti" fra galassie, tratterà le singole stelle appunto come particelle senza dimensioni e senza struttura, di cui interessa solo il moto e le traiettorie che descrivono.

Tornando alla luce, osserviamo che c'è una proprietà che si spiega nel modo più naturale con l'ipotesi dei fotoni: la sua *propagazione rettilinea*. Anzi è proprio per questa ragione che i primi modelli fisici della luce (Newton) furono corpuscolari, e vennero abbandonati solo quando apparvero incompatibili con altre proprietà della luce.

Un'altra osservazione, che riprenderemo più avanti: lo stesso problema, che delle particelle mostrino quello che siamo abituati a chiamare "comportamento ondulatorio," si presenta anche in altri casi. Per cominciare: gli elettroni appaiono, alla luce dei primi esperimenti, come corpuscoli (particelle) ben descritti dalla meccanica classica; tanto è vero che si riesce a determinarne massa e carica. Ma più avanti si capisce (de Broglie, Schrödinger, 1924–26) che la quantizzazione delle energie atomiche impone di supporre anche per queste particelle un "comportamento ondulatorio." Nel 1927 Davisson e Germer ne danno la prova diretta.

In realtà è ormai accertato che questa non è una peculiarità di alcune specie di particelle: una volta chiariti gli aspetti quantitativi, cioè gli ordini di grandezza dei parametri rilevanti in ciascun caso, tale comportamento risulta un fatto universale. Solo che il "comportamento ondulatorio" diventa tanto meno importante, e tanto più difficile da mettere in evidenza, quanto più cresce la massa o l'energia cinetica (più esattamente la quantità di moto) della particella. Riprenderemo meglio questo discorso un po' più avanti.

Esperimenti con il FM

Abbiamo già incontrato il fotomoltiplicatore (FM) nella prima parte, dove l'abbiamo usato per studiare l'effetto fotoelettrico. Sappiamo che a forti intensità di luce il FM funziona come *misuratore d'intensità*: fornisce una corrente proporzionale all'intensità della radiazione. A bassi livelli invece il FM dà impulsi discreti, idealmente uno per ciascun fotone assorbito. Disponendo di più FM situati in punti diversi, e illuminati da una stessa sorgente (debole) si può anche constatare che i fotoni arrivano a un solo FM per volta, a parte i casi (rari) in cui due fotoni, emessi dalla sorgente a breve distanza tra loro, arrivano quasi simultaneamente ai due FM. Questi casi si chiamano, nel linguaggio dei fisici sperimentali, *coincidenze*.

È molto istruttivo impiegare un FM per studiare la *riflessione parziale* della luce. Il fenomeno è ben noto già all'esperienza comune: se in un locale c'è una lampada accesa, chi sta nella stanza può vedere l'immagine della lampada riflessa nel vetro di una finestra, e allo stesso tempo chi sta fuori vede la lampada attraverso il vetro. Ciò significa che parte della luce della lampada si riflette verso l'osservatore interno, e parte attraversa il vetro e arriva a quello esterno (fig. 3-1).

Usando come rivelatori, invece degli occhi degli osservatori, due FM, si constata che dei fotoni emessi dalla lampada alcuni si riflettono sul vetro, e altri (la maggior parte: circa il 92% a incidenza normale) lo attraversano. Inoltre la "scelta" fra i due comportamenti appare casuale.

Si può fare l'ipotesi che ci siano due specie di fotoni: una che "preferisce" riflettersi e una che invece passa oltre. Chiamiamoli rispettivamente fotoni R e fotoni T. Se così fosse, i fotoni riflessi sarebbero tutti di tipo R, e incontrando una seconda lastra dovrebbero riflettersi tutti. Ma ciò non accade, come si vede in un esperimento di *riflessione multipla*.

Disponiamo due lastre di vetro in modo che la luce riflessa sulla prima lastra si rifletta poi sulla seconda (fig. 3-2). Se i fotoni riflessi fossero tutti di tipo R, nella seconda riflessione dovrebbero riflettersi tutti: quindi ogni 100 fotoni emessi dalla sorgente, dopo una riflessione dovremmo contarne 8, e dopo due riflessioni ancora 8. Invece le cose non vanno così: la proporzione fra fotoni riflessi e trasmessi resta la stessa in ogni riflessione, e dopo la seconda riflessione il numero di fotoni è sceso a meno di uno su 100. Più precisamente, se invece di 100 fotoni ne consideriamo 10 000, la prima riflessione li ridurrà a 800, e la seconda a 64 (che è l'8% di 800).

Una parentesi: quando diciamo 800, oppure 64, questi numeri vanno presi *cum grano salis*: si tratta di valori medi, ma in un singolo esperimento potremo avere delle fluttuazioni in più o in meno.

Dunque non esistono fotoni R e fotoni T: siamo costretti ad ammettere che un fotone "sceglie" in modo casuale che cosa fare, e c'imbattiamo qui in un

primo esempio di comportamento “strano” di queste particelle. Non ci resta che concludere che la riflessione di un fotone è un evento intrinsecamente casuale, e che si deve quindi parlare di *probabilità di riflessione* per un fotone, che risulta uguale a 0.08 nelle nostre condizioni.

Una lastra ha due facce

Prima di fare il secondo passo, è bene osservare che nel caso di una lastra le riflessioni sono in realtà due, sulle due facce: lo si può verificare direttamente, se la lastra è spessa, per il fatto che le immagini riflesse sono sdoppiate. Dunque su ciascuna faccia la probabilità di riflessione è solo 0.04, e non 0.08.

Si potrebbe obiettare che in realtà niente vieta che un fotone si rifletta più volte, avanti e indietro, tra le due facce, prima di uscire dalla lastra. È vero, ma si vede subito che la probabilità di un simile evento è molto piccola: con due riflessioni vale $0.04^2 = 0.0016$; con tre riflessioni $0.04^3 = 0.000064$, ecc.

È utile studiare più a fondo la riflessione sulle lastre. Infatti da molto tempo (fin da Newton) i fisici sanno che in certi casi accadono cose inattese. Non possiamo qui dare dettagli, ma ricordiamo le strisce colorate che appaiono sulla superficie dell’acqua coperta da un sottile strato di olio minerale; oppure gli “anelli di Newton,” che spesso si vedono quando si accostano due lastre di vetro.

Per uno studio approfondito di questi fenomeni conviene ridurli all’essenziale, che è proprio la riflessione combinata sulle due facce di una stessa lastra. Se scegliamo per l’esperimento non delle lastre di vetro comune, ma lastre “speciali” (poi vedremo in che cosa sono speciali), scopriamo che la percentuale di fotoni riflessi può variare, a seconda della lastra usata, da 0 al 16%!

È già strano che la percentuale di riflessione possa cambiare da una lastra all’altra; ma è soprattutto incomprensibile che possa ridursi a zero. Se infatti pensiamo ai singoli fotoni, ciò significa che ciascun fotone, quando incontra la prima faccia della lastra, deve “decidere” di non riflettersi *a causa della presenza della seconda faccia*, che non ha ancora raggiunto. Eppure così vanno le cose, e dobbiamo farcene una ragione.

Approfondendo il discorso, ossia esaminando in dettaglio le condizioni sperimentali, si scopre quanto segue:

- a) l’esperimento riesce solo se le lastre hanno le facce molto lisce e ben parallele (e se la luce è monocromatica)
- b) la probabilità di riflessione sulla lastra dipende dallo spessore s , secondo una legge sinusoidale:

$$p = \bar{p}(1 - \cos ks)$$

se $\bar{p} = 0.08$ è il valore trovato nel primo esperimento, dove non si erano usate lastre speciali; k è una costante caratteristica della luce usata, che cambia a seconda del colore impiegato.

Il fenomeno che si manifesta in esperimenti di questo genere si chiama, da secoli, *interferenza*. Nella nostra descrizione corpuscolare, il nome si giustifica così: la presenza della seconda faccia *interferisce* (nel senso comune del termine) con la riflessione del fotone sulla prima faccia, e viceversa; così che il numero totale di fotoni riflessi *non è* la somma di quelli che ci si aspetta di vedere riflessi sulla prima faccia e quelli riflessi sulla seconda. Abbiamo già detto che l'interferenza si presenta comunemente con le onde, e viene perciò considerata un tipico comportamento ondulatorio; ma abbiamo anche già criticato, da un punto di vista logico, questa conclusione.

Resta comunque il fatto che l'interferenza dei fotoni è un comportamento "strano," nel senso che si discosta da quello che ci aspettiamo dalle particelle dell'esperienza quotidiana. È solo il primo di una serie di "stranezze" dei fotoni; anzi per arrivare a intravedere una spiegazione (una sistemazione teorica del quadro sperimentale) conviene ora prendere un'altra strada, ossia far conoscenza con altri fenomeni.

Interferenza con le onde

Per cominciare, ricordiamo che cosa si vede in un tipico esperimento d'interferenza con le onde; per es. quello che si fa col dispositivo chiamato "ondoscopio."

Abbiamo una vaschetta di vetro che contiene acqua, per uno spessore di circa un centimetro. Abbiamo poi una barriera (diaframma) che divide la vaschetta in due parti, ma presenta due piccole aperture, che possiamo aprire o chiudere a volontà. Infine è presente, da una parte della barriera, un dispositivo che termina in una barretta orizzontale che tocca l'acqua e che può essere messa in oscillazione regolare con un motorino elettrico (fig. 3-3).

La vaschetta è piazzata sopra una lavagna luminosa, in modo che sullo schermo si possono vedere le onde prodotte dalle oscillazioni della barretta.

Se cominciamo l'esperimento tenendo aperta una sola apertura, vediamo che l'onda che l'attraversa si sparpaglia al di là della barriera (*diffrazione*) con ampiezza poco diversa nelle diverse direzioni. Quando si lasciano aperte entrambe le aperture si ha un risultato a prima vista del tutto nuovo: le onde sono sempre presenti dappertutto, ma le loro ampiezze nei vari punti della vaschetta variano regolarmente, alternandosi tra un massimo e un minimo. In particolare, ci sono dei punti della vaschetta dove l'acqua è ferma o quasi (linee nodali).

Il nuovo fenomeno si spiega però non appena si osserva che dalle due aperture partono *due* onde diffratte, e che in ogni punto della vaschetta arrivano tutte e due le onde, ma *con fasi differenti*. Se si tiene conto di questo, si verifica che l'oscillazione risultante in un punto è la somma di quelle dovute a ciascuna onda separatamente (*principio di sovrapposizione*). Questa somma è diversa a seconda delle fasi delle due onde; in particolare, nei punti dove le due onde hanno fasi opposte esse si cancellano, e l'acqua resta ferma.

Riassumendo: per calcolare l'ampiezza dell'onda in un punto della vaschetta occorre tener presente che l'onda emessa dalla sorgente può arrivare in quel punto lungo due strade diverse (passando per la prima apertura, o per la seconda). A ciascuna delle due strade corrisponde un' *ampiezza* e una *fase*, e l'effetto complessivo si ottiene sommando le due onde, ciascuna con la sua ampiezza e la sua fase.

Un esperimento simile con la luce fu fatto per la prima volta da Young nel 1801, anche in quel caso usando un diaframma con due fori. L'esperimento è molto più difficile che con le onde sull'acqua, a causa della piccolissima lunghezza d'onda della luce visibile. Oltre a realizzare per primo questo esperimento d'interferenza, Young ne diede l'interpretazione, formulando il principio di sovrapposizione di cui abbiamo già parlato.

Quello che accade con la luce si spiega in modo del tutto analogo agli esperimenti con l'acqua, se si suppone che anche la luce consista di onde. Però noi non possiamo vedere le oscillazioni (se non altro perché sono troppo rapide) ma solo misurare, per es. con un FM, l'*intensità* dell'onda risultante, che è proporzionale al quadrato dell'ampiezza. Un esperimento con la luce si fa facendola arrivare su di uno schermo, e misurando l'intensità in diversi punti: si ottiene così una *figura d'interferenza* (fig. 3-4).

Nella figura d'interferenza l'intensità varia periodicamente, a causa delle diverse fasi con cui le due onde arrivano, per il diverso cammino percorso. Anzi, l'analisi della figura permette di misurare come la fase dipende dal cammino, ossia di misurare la *lunghezza d'onda*, che viene definita come il cammino lungo il quale la fase varia di 2π .

Fisica e matematica delle ampiezze

Prima di procedere è opportuno riassumere e chiarire i discorsi che abbiamo fatto su ampiezze e fasi. Ci occuperemo solo di onde di *frequenza* ben determinata, come quelle che si ottengono nell'ondoscopio quando la barretta oscilla in modo periodico.

Per cominciare: l'*ampiezza* di un'onda è una *grandezza scalare positiva*, che in ogni punto misura quanto è grande la vibrazione descritta dall'onda. Di che grandezza si tratti, dipende dal tipo di onda. Per esempio per le onde sull'acqua l'ampiezza è una *lunghezza*, che possiamo misurare in millimetri (nell'ondoscopio) o anche in metri (nell'oceano in tempesta) e misura quanto sono "alte" le onde (fig. 3-5). Nel caso delle onde sonore l'ampiezza misura invece le variazioni nella *pressione* dell'aria attorno al suo valore medio (per i suoni rivelabili dal nostro orecchio l'ampiezza è estremamente piccola: fino a 10^{-9} Pa, contro una pressione atmosferica di circa 10^5 Pa).

Abbiamo poi la *fase* dell'onda, che dice quanto sono ritardate le oscillazioni in un certo punto rispetto a quelle in un punto scelto come riferimento convenzionale. Il ritardo può essere misurato in tempo, ma più spesso si dà come

angolo, assumendo pari a 2π (sottinteso radianti) lo sfasamento di un intero periodo. Ne segue che uno sfasamento di mezzo periodo (*opposizione*) corrisponde a una fase di π (o di 180° , se si preferisce); uno di un quarto di periodo a una fase di $\pi/2$, ecc. In fig. 3–6 abbiamo mostrato il grafico, in funzione del tempo, di due oscillazioni sfasate appunto di $\pi/2$.

Quando si debbono sommare due onde, occorre tener conto tanto delle loro ampiezze quanto delle loro fasi: così se dovessimo sommare le due oscillazioni di fig. 3–6 potremmo procedere per via grafica, sommando punto per punto le ordinate delle due curve (fig. 3–7) oppure sfruttare le proprietà delle funzioni trigonometriche (formule di prostaferesi). C'è però una via molto più semplice, che si basa sulla *rappresentazione vettoriale*: rappresentiamo insieme ampiezza e fase dell'onda in un dato punto con un vettore in un piano. Il *modulo* del vettore rappresenta l'ampiezza, e l'angolo che esso forma con una semiretta di riferimento indica la fase. S'intende che occorre *orientare* gli angoli, prendendoli ad es. positivi in senso antiorario, come si fa di solito.

Dunque l'onda in un dato punto è descritta ora da una singola entità, che è un vettore. Si può dimostrare che il vettore che rappresenta la somma di due onde è proprio quello che si ottiene facendo la somma dei due vettori con la regola del parallelogramma: quindi sommare due onde diventa un'operazione semplicissima, e allo stesso tempo si vede bene che l'ampiezza (modulo) della somma dipende non solo dalle ampiezze delle due onde, ma anche dalla differenza delle loro fasi (fig. 3–8).

In seguito adotteremo sempre questa rappresentazione vettoriale, e addirittura chiameremo “ampiezza” il vettore che riassume in sé l'ampiezza scalare e la fase. Non dimenticate quindi che d'ora in poi quando parliamo di ampiezza essa *include anche la fase*, e che la somma delle ampiezze è una somma *fra vettori*.

Interferenza con i fotoni

Nell'esperimento che abbiamo descritto poco fa abbiamo supposto che la luce fosse abbastanza intensa, in modo che il FM potesse funzionare da misuratore d'intensità. Che cosa accade se la luce è così debole che il FM riesce a distinguere i singoli fotoni? Anzi: così debole che nell'apparato sperimentale non è mai presente più di un fotone alla volta?

Questo problema se lo pose Taylor, che però non poteva usare i FM, che ancora non esistevano, ma solo lastre fotografiche. La luce era così debole, e le lastre così poco sensibili, che l'esperimento (eseguito nel 1909) richiese due mesi per giungere a termine.

Il risultato dell'esperimento di Taylor è che anche in questo caso, sebbene si possano contare i singoli fotoni, la distribuzione dei conteggi riproduce la figura d'interferenza classica. Si riottiene cioè la fig. 3–4, con la sola differenza che ora in ordinata si legge non già l'*intensità* della luce, ma il *numero di fotoni ricevuti*.

Siamo dunque costretti ad attribuire in qualche modo un'ampiezza *al singolo fotone*, e a supporre che quest'ampiezza abbia proprietà del tutto simili a quella delle onde nella vaschetta. In particolare, che il numero di fotoni rivelati sia proporzionale al quadrato del modulo dell'ampiezza in quel punto; e che se il fotone può arrivare in quel punto per due strade diverse, l'ampiezza risultante sia la somma (vettoriale) delle ampiezze relative ai due percorsi. Inoltre: l'ampiezza di un fotone cambia fase (ossia il vettore ruota) man mano che il fotone avanza; il vettore ampiezza fa un giro completo in un percorso pari alla lunghezza d'onda della luce.

Abbiamo visto nella prima parte che l'interpretazione di Einstein dell'effetto fotoelettrico permette di attribuire una determinata energia al singolo fotone, e abbiamo anche dato la relazione fra energia dei fotoni e frequenza: $\varepsilon = h\nu$. Possiamo arrivare alla stessa relazione dagli esperimenti di Young–Taylor. Infatti, come abbiamo osservato poco sopra, un esperimento d'interferenza permette di misurare una *lunghezza d'onda*, definita operativamente come il cammino lungo il quale la fase cambia di 2π . D'altra parte l'effetto fotoelettrico permette di determinare l'energia dei fotoni, e si vede che tra le due grandezze esiste una semplice relazione: $\varepsilon = hc/\lambda$.

Si vede così che la relazione di Einstein (espressa in termini di lunghezza d'onda) viene stabilita fra grandezze misurabili in esperimenti *che coinvolgono singoli fotoni*, e senza bisogno di avere alle spalle un'esplicita teoria ondulatoria della luce, come quella di Maxwell.

Esperimenti con gli elettroni

In realtà il comportamento probabilistico e l'esistenza di un'ampiezza che obbedisce a un principio di sovrapposizione non sono affatto peculiarità dei fotoni, ma proprietà universali, di qualsiasi tipo di particelle conosciute.

Abbiamo ricordato più sopra che per gli elettroni gli effetti d'interferenza furono scoperti nel 1927 da Davisson e Germer, in esperimenti piuttosto diversi da quelli di cui ci siamo occupati finora. Ma in seguito si è trovato il modo di eseguire con elettroni esperimenti del tutto simili a quello di Young–Taylor, e con lo stesso risultato: anche per gli elettroni si ottiene una figura d'interferenza e si può misurare una *lunghezza d'onda*. Si verifica così sperimentalmente la famosa relazione che Louis de Broglie aveva già dedotto con argomenti teorici:

$$\lambda = h/p$$

dove p è la quantità di moto della particella ($p = mv$ se vale la meccanica newtoniana, ossia se $v \ll c$).

Poiché il risultato dell'esperimento è lo stesso, anche per gli elettroni dobbiamo trarre le stesse conclusioni che per i fotoni: ciascun elettrone si muove con una determinata ampiezza e quando l'elettrone può raggiungere il rivelatore

per due vie diverse, l'ampiezza finale è la somma delle ampiezze che risultano separatamente per le due strade (*principio di sovrapposizione*).

Inoltre l'arrivo dell'elettrone sul rivelatore ha carattere casuale, per cui occorre parlare di *probabilità di rivelazione*; tale probabilità, come vedremo fra poco, si calcola facilmente una volta nota l'ampiezza.

Da dove passa l'elettrone?

Per gli elettroni, che siamo abituati a pensare come particelle classiche (ossia come piccolissime palline), sorge spontaneo il problema: da quale foro passa il singolo elettrone? Se s'introduce nell'apparato sperimentale un congegno capace di rivelare il passaggio degli elettroni, l'esperimento mostra che ogni singola particella passa o da uno o dall'altro foro: l'elettrone conserva la sua individualità, rimane indivisibile. Accade però un altro fatto: in queste condizioni il risultato dei conteggi diventa *additivo*, senza più traccia d'interferenza. Dovunque si metta il rivelatore, il numero di elettroni che esso riceve è esattamente la somma di quelli che riceve quando è aperto solo uno o solo l'altro dei due fori.

A pensarci bene, la cosa non è affatto strana: l'esperimento che stiamo ora facendo è diverso da quello in cui si vedeva l'interferenza, a causa della presenza dei congegni capaci di dirci da dove passa l'elettrone. Non possiamo aprioristicamente pensare che tale modifica sia senza effetto: un apparato sperimentale deve di necessità interagire con l'oggetto delle osservazioni (altrimenti non potrebbe rivelarne la presenza). La questione fu accuratamente discussa negli anni precedenti al 1930, principalmente da Bohr e Heisenberg: essi dimostrarono, analizzando numerosi esempi, che tale interazione, quando si tratta di elettroni o fotoni, non può essere resa piccola quanto ci piace.

Concludendo: poiché abbiamo modificato il dispositivo sperimentale, abbiamo anche modificato le sue interazioni con gli elettroni, e non dobbiamo stupirci se l'esperimento dà un risultato diverso.

Esiste un termine, coniato da Bohr per descrivere questa situazione, che ha avuto grande fortuna nella storia della fisica quantistica: *complementarità*. Un esperimento costruito per vedere gli aspetti ondulatori (interferenza) e uno fatto per evidenziare gli aspetti corpuscolari (traiettoria) sono *complementari*, nel senso che l'uno esclude l'altro: non è possibile realizzare un esperimento che li mostri entrambi.

Esperimenti con altre particelle

Abbiamo già accennato al fatto che i comportamenti "strani" non sono una peculiarità dei fotoni e degli elettroni, ma che usando tecniche opportune è possibile osservarli con qualunque specie di particelle: anche con interi atomi.

In epoca recente sono stati costruiti apparati capaci di rivelare l'interferenza dei neutroni (costituenti di tutti i nuclei più pesanti di quello dell'idrogeno). Gli

esperimenti sono così raffinati che consentono di mostrare l'effetto della forza di gravità su particelle così minuscole.

Ecco l'idea, ridotta all'osso. Con tecniche speciali (monocristalli di silicio) si riesce a fabbricare delle lastre parzialmente riflettenti per i neutroni, come il vetro lo è per i fotoni. In realtà si tratta di un fenomeno ben diverso: se un neutrone viene inviato sul cristallo di silicio, possono accadere due cose:

- a) il neutrone passa indisturbato
- b) esso viene deviato in direzione simmetrica rispetto a quella d'incidenza.

La spiegazione del fenomeno non è semplice: entra in modo essenziale l'interazione del neutrone con ciascuno degli atomi che costituiscono il cristallo, e le fasi dei diversi cammini possibili. Ma il risultato è quello che abbiamo detto: un monocristallo si comporta in modo assai simile a uno specchio semitrasparente.

Ne segue che se si dispongono 3 di tali lastre come in fig. 3–9, un neutrone può arrivare dalla sorgente al rivelatore seguendo due strade: SABCR oppure SADCR. Supponiamo dapprima che il dispositivo si trovi in un piano orizzontale: allora tra i due percorsi non c'è nessuna differenza; le due ampiezze sono uguali in modulo e in fase, e l'ampiezza somma nel rivelatore ha un modulo pari alla somma dei moduli, dando una probabilità di rivelazione massima.

Ruotiamo ora il dispositivo intorno alla retta AB, fino a portarlo in un piano verticale, con DC al disopra di AB: sulla prima delle due strade il neutrone si trova più in basso che sulla seconda, lungo i tratti orizzontali. Pertanto la sua velocità lungo AB è maggiore che lungo DC (per arrivare da A a D ha dovuto salire, perdendo energia cinetica) e dove la velocità è maggiore la lunghezza d'onda è minore, come ci dice la relazione di de Broglie. Le fasi delle due ampiezze ora non sono più uguali, e il modulo della loro somma non è più uguale alla somma dei moduli, ma minore. Risultato: la probabilità di rivelare il neutrone diminuisce.

In un esperimento reale, la differenza delle fasi quando il dispositivo è verticale è parecchio maggiore di 2π : ne segue che se si fa ruotare lentamente l'apparato dalla posizione orizzontale a quella verticale, l'angolo fra i due vettori cresce continuamente, facendo parecchi giri (fig. 3–10). La somma dei due vettori passerà quindi più volte dal massimo a zero, poi di nuovo al massimo, di nuovo a zero, ecc.: allo stesso modo, nel corso della rotazione la probabilità di rivelare il neutrone passerà alternativamente per dei massimi e per dei minimi. È quasi inutile dire che tutte queste previsioni sono state puntualmente confermate dagli esperimenti.

Esempio

In uno degli esperimenti citati, i neutroni arrivavano all'interferometro con una velocità $v = 2.8 \cdot 10^3$ m/s. Conoscendo la massa $m = 1.6 \cdot 10^{-27}$ kg si calcola $p = 4.5 \cdot 10^{-24}$ kg m/s e poi la lunghezza d'onda $\lambda = 1.47 \cdot 10^{-10}$ m.

Come abbiamo già detto, se l'interferometro è orizzontale non succede niente di strano, perché le velocità sui due lati AB e DC sono uguali. Ma se l'interferometro è verticale, la velocità lungo DC è minore: quanto?

Un tipico interferometro per neutroni ha i lati del percorso lunghi alcuni centimetri; supponiamo ad es. che i neutroni che percorrono DC abbiano dovuto salire di $z = 5$ cm, diminuendo energia cinetica. La diminuzione si calcola subito, ed è $mgz = 7.8 \cdot 10^{-35}$ J. Poiché l'energia iniziale era $T = \frac{1}{2}mv^2 = 6.3 \cdot 10^{-21}$ J, si vede che la variazione è minuscola; eppure l'effetto non è per niente trascurabile. Però per arrivare a calcolarlo occorre procedere diversamente.

Partiamo dalla fine: dato che su una lunghezza d'onda la fase varia di 2π , sul percorso AB — che contiene un numero di lunghezze d'onda pari a l/λ — essa varia di $2\pi l/\lambda$. Invece sul percorso DC varia di $2\pi l/\lambda'$, se λ' è la nuova lunghezza d'onda (maggiore, perché la velocità è minore). Perciò la differenza di fase tra i due percorsi è

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi l}{\lambda} - \frac{2\pi l}{\lambda'} = \frac{2\pi l m v}{h} - \frac{2\pi l m v'}{h} = \frac{2\pi l m}{h} (v - v') \quad (3-1)$$

(abbiamo usato la relazione di de Broglie: $\lambda = h/mv$).

Per calcolare $v - v'$ scriviamo

$$T - T' = \frac{1}{2}m(v^2 - v'^2) = \frac{1}{2}m(v - v')(v + v') \simeq mv(v - v')$$

perché v' differisce pochissimo da v . Ma sappiamo che $T - T' = mgz$, e allora $v - v' = gz/v$. Sostituendo nella (3-1), e prendendo anche $l = 5$ cm:

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi m g l z}{h v} = 133 \text{ rad}$$

pari a più di 21 giri.

Dunque mentre si ruota l'interferometro da orizzontale a verticale, il numero di neutroni che lo attraversano passa 21 volte per un massimo, e altrettante per un minimo.

L'ampiezza di propagazione

Tiriamo le somme, e cerchiamo di costruire uno schema teorico coerente che interpreti i fatti osservati. Il punto cruciale è la scoperta che il moto di una particella non può essere descritto, come dice la meccanica classica, con una traiettoria: gli esperimenti alla Young–Taylor dimostrano che una particella emessa da una sorgente e raccolta da un rivelatore “usa” allo stesso tempo *tutti i percorsi possibili, ciascuno con una certa ampiezza*. Queste ampiezze debbono essere sommate, e gli esperimenti d'interferenza ci mostrano che nella somma è importante tener conto della *relazione di fase*: dunque le ampiezze non sono semplici numeri reali.

Possiamo invece dire che l'ampiezza di propagazione di una particella è un vettore, che ruota man mano che la particella si sposta, e fa un giro completo in una lunghezza d'onda.

D'altra parte il risultato degli esperimenti di riflessione sulle lastre ci ha mostrato che *le probabilità non si sommano*: contro una probabilità di 0.04 per ciascuna faccia, abbiamo ottenuto fino a 0.16 per la lastra. La spiegazione è assai semplice, se si assume che la probabilità sia proporzionale al *quadrato del modulo* del vettore ampiezza: se per una faccia l'ampiezza ha modulo 0.2 il suo quadrato è proprio 0.04; ma se sommiamo i due vettori, a seconda del loro angolo possiamo avere per il modulo della somma qualunque numero fra 0 e 0.4, il cui quadrato è 0.16, concordemente al risultato sperimentale.

Si capisce anche perché la probabilità risultante dipenda dallo spessore s : il cammino che corrisponde alla riflessione sulla faccia posteriore è più lungo per un tratto $2s$, e l'angolo φ fra le due ampiezze sarà perciò proporzionale a s . Poniamo $\varphi = ks$ e calcoliamo il quadrato del modulo della somma, usando il teorema di Carnot: se a è la lunghezza di ciascun vettore, avremo (fig. 3-11)

$$a^2 + a^2 - 2a^2 \cos(\pi - \varphi) = 2a^2 + 2a^2 \cos \varphi = 2a^2(1 + \cos ks).$$

C'è una differenza rispetto al risultato sperimentale, che dava $1 - \cos ks$: per far tornare le cose occorre un'altra ipotesi: che in una delle due riflessioni l'ampiezza s'inverta (si può dimostrare che questo accade nella prima riflessione, ma per noi la scelta non ha importanza).

Il calcolo delle ampiezze

Abbiamo dunque a che fare con un "calcolo delle ampiezze," che va condotto secondo regole precise: occorre cioè dare un insieme di postulati per questo calcolo. Li elenchiamo qui di seguito in forma semplificata.

- a) Ogni particella parte dalla sorgente con un'ampiezza, che è un vettore di modulo 1 e direzione che possiamo assumere convenzionalmente orizzontale.
- b) Quando la particella si propaga la sua ampiezza ruota (conv. in senso antiorario) di un angolo proporzionale al percorso fatto. Il tratto in cui l'ampiezza ruota di 2π è la *lunghezza d'onda* $\lambda = h/p$.
- c) *Principio di sovrapposizione*. Quando la particella ha diverse strade per andare dalla sorgente al rivelatore, l'ampiezza finale è la *somma vettoriale* delle ampiezze per le diverse strade.
- d) La probabilità che una particella arrivi al rivelatore è data dal *quadrato del modulo dell'ampiezza*.

Le semplificazioni cui abbiamo accennato sono diverse: limitiamoci alla più importante. Se poniamo un rivelatore (FM) sempre più lontano dalla sorgente (lampada) il numero di fotoni ricevuti diminuisce: dobbiamo quindi assumere che l'ampiezza si riduca man mano che aumenta la distanza. Nelle regole scritte

sopra noi abbiamo trascurato questo fatto, perché nei casi che c'interessano la variazione non ha influenza significativa.

Si può verificare che queste poche regole permettono di spiegare tutte le “stranezze” delle particelle microscopiche, e in generale inquadrano tutti i fenomeni conosciuti, e non solo quelli di cui abbiamo già parlato. Si tratta dunque di una nuova *meccanica delle particelle*, che prende il nome di *meccanica ondulatoria* quando si vuol mettere l'accento sulla stretta relazione che ha con le proprietà delle onde; oppure di *meccanica quantistica*, quando si vuol rimarcare che da queste regole (lo vedremo) seguono tutti i fenomeni di quantizzazione che abbiamo visto nella prima parte.

Volendo applicare il calcolo delle ampiezze agli esperimenti con i fotoni riesce utile aggiungere alcune regole supplementari, valide solo per i fotoni:

- e) Per i fotoni la rotazione dell'ampiezza è anche proporzionale al tempo; il tempo in cui l'ampiezza ruota di 2π è il *periodo*, e il suo inverso è la *frequenza* ν del fotone. Poiché per un fotone nel vuoto $\varepsilon = cp$, ne segue $\varepsilon = h\nu$.
- f) Quando un fotone si riflette alla superficie di separazione fra due mezzi trasparenti, il modulo della sua ampiezza si riduce di un fattore caratteristico dei due mezzi, che vale circa 0.2 nel caso aria-vetro. Inoltre l'ampiezza cambia verso se il fotone viene da un mezzo meno rifrangente.
- g) Quando invece il fotone attraversa la superficie, la sua ampiezza si riduce di un fattore che vale circa 0.98 nel caso aria-vetro.

I due numeri 0.2 e 0.98 sono validi solo per il passaggio aria-vetro; ma che relazione c'è tra loro? In realtà non possono essere indipendenti: non potremmo mai avere ad es. 0.3 e 0.9, o comunque due numeri scelti a caso. Perché?

Il punto è che quando un fotone incontra la superficie, ha due sole possibilità: o si riflette, o passa al di là. Dunque le due probabilità, dei due eventi che esauriscono tutte le possibilità e si escludono a vicenda, *debbono avere somma 1*. Infatti $0.2^2 + 0.98^2 = 1$.

Una precisazione: i numeri dati nelle regole f) e g) oltre a dipendere dai due mezzi dipendono in realtà anche dall'angolo d'incidenza: quelli che abbiamo dati valgono per incidenza normale. La riflessione aumenta e la trasmissione diminuisce quando l'incidenza è obliqua. Però la variazione non è grande, almeno finché l'angolo d'incidenza non supera 45° , e perciò conviene non tenerne conto.

Gli stati stazionari

Per comprendere la struttura degli atomi, o quanto meno per vedere come le idee fin qui sviluppate forniscano una spiegazione della quantizzazione dell'energia, bisogna passare attraverso il concetto di “stato stazionario.”

Si può capire la possibilità di stati stazionari studiando la riflessione dei fotoni su due specchi paralleli affacciati (fig. 3-12). Supponiamo che in A ci sia

una sorgente di luce, e in B un rivelatore. Un fotone potrà andare da A a B per molte vie: in primo luogo per quella diretta, ma anche per tutte quelle che comportano una o più riflessioni tra i due specchi. Con una sola riflessione abbiamo le due possibilità AA'B e AB'B; con due riflessioni abbiamo AA'B'B e AB'A'B, eccetera.

Il fatto importante è che le lunghezze dei diversi percorsi sono diverse, per cui le ampiezze in arrivo sul rivelatore hanno fasi diverse. Il risultato finale (ampiezza sul rivelatore) richiede di sommare tutti i vettori corrispondenti, che a prima vista sembra un'impresa impossibile: ma non è così. Basta infatti procedere in modo ordinato.

Ci sono 4 “famiglie” di percorsi:

- 1) AB, AB'A'B, AB'A'B'A'B, ...
- 2) AA'B, AA'B'A'B, AA'B'A'B'A'B, ...
- 3) AB'B, AB'A'B'B, AB'A'B'A'B'B, ...
- 4) AA'B'B, AA'B'A'B'B, AA'B'A'B'A'B'B, ...

dove in ciascuna famiglia un percorso differisce dal precedente per avere due riflessioni in più: una in A' e una in B'. Ciò comporta una differenza di fase pari a

$$\alpha = \frac{2l}{\lambda} 2\pi = \frac{4\pi l}{\lambda},$$

se l è la distanza fra gli specchi.

Dunque i vettori che rappresentano le ampiezze di una data famiglia saranno ruotati ciascuno rispetto al precedente dell'angolo α , e la loro somma si otterrà costruendo una poligonale come in fig. 3-13. Nasce però una difficoltà: se le riflessioni possibili sono infinite, la poligonale avrà un numero infinito di lati: come sarà possibile calcolare la somma? La difficoltà non sussiste in realtà, perché gli specchi non sono mai perfetti, il che vuol dire che la probabilità che il fotone venga riflesso non è 1, ma un po' minore; quindi le successive ampiezze non hanno tutte lo stesso modulo, ma decrescono, e la poligonale assume una forma a spirale che si chiude (fig. 3-14). La spirale sarà più o meno aperta a seconda del valore di α , ma in genere, scegliendo a caso α , ossia la distanza fra gli specchi, si chiuderà sempre rapidamente.

Ci sono però delle eccezioni: la più evidente si avrebbe se α potesse essere 0, perché allora i vettori sarebbero tutti allineati e la spirale si distenderebbe in un lungo vettore. Però questo non è possibile, perché $\alpha = 0$ significa $l = 0$, ossia specchi fra loro a contatto.

Ma non c'è niente che impedisca di avere $\alpha = 2\pi$: di nuovo avremo i vettori tutti allineati, e lo stesso capiterà se $\alpha = 4\pi$ o un qualsiasi altro multiplo di 2π . Per questi valori di α dunque la probabilità di rivelare il fotone sarà grandissima. Nasce anzi un dubbio: potremmo avere una probabilità maggiore di 1, il che è assurdo.

La soluzione è che abbiamo, per semplificare, trascurato il fatto che la sorgente non può mai emettere luce esattamente e solo in direzione perpendicolare agli specchi, ma sempre entro un qualche angolo. Tenendo conto di ciò si potrebbe dimostrare che la probabilità di rivelare il fotone in un rivelatore di dimensioni finite è sempre minore di 1. La differenza comunque rimane: per certi valori eccezionali di α la probabilità è molto più grande che per gli altri.

Si può capire che in queste condizioni, se gli specchi fossero perfetti, i fotoni potrebbero restare nello spazio $A'B'$ indefinitamente, senza più bisogno della sorgente, conservando una probabilità costante di rivelazione in ogni punto intermedio: è questa la situazione che prende il nome di *stato stazionario*.

Abbiamo dunque visto che si ha uno stato stazionario per il fotone solo quando $\alpha = 2\pi n$, per n intero qualsiasi: ne segue per la lunghezza d'onda:

$$\lambda = \frac{4\pi l}{\alpha} = \frac{2l}{n} \quad (3-2)$$

ossia $l = n\lambda/2$. La distanza fra gli specchi dev'essere un multiplo di mezza lunghezza d'onda della luce.

Ma è più interessante procedere calcolando la frequenza e poi l'energia dei fotoni:

$$\varepsilon_n = h\nu = \frac{hc}{\lambda} = n \frac{hc}{2l}. \quad (3-3)$$

In parole: i fotoni che si trovano in stati stazionari fra i due specchi hanno energie che possono assumere solo certi valori *quantizzati*, dati dalla (3-3).

Alla (3-3) saremmo potuti arrivare anche per un'altra via: la relazione di de Broglie ci fa passare dalla lunghezza d'onda all'impulso:

$$p = \frac{h}{\lambda} = \frac{nh}{2l} \quad (3-4)$$

e dall'impulso si ottiene l'energia:

$$\varepsilon_n = cp = \frac{nhc}{2l}.$$

Onde stazionarie in una corda

Quello che abbiamo visto per i fotoni è un fenomeno analogo alle onde stazionarie lungo una corda. Supponiamo di avere una corda elastica (potrebbe essere la corda di un violino o di una chitarra) fissata agli estremi, e applichiamo in un punto una forza periodica. Lo spostamento prodotto in quel punto darà origine a onde che si propagheranno lungo la corda e si rifletteranno indietro agli estremi, causando in generale un moto piuttosto complicato della corda.

Per tenere la corda in oscillazione in questo modo dovremo applicare una forza significativa.

Ma se la frequenza delle vibrazioni è tale che il tempo impiegato dalla vibrazione ad andare e tornare fra i due estremi della corda è un multiplo del periodo, allora l'onda che ritorna si somma allo spostamento successivo, e così via: il risultato è un'oscillazione della corda di grande ampiezza, anche se la forza applicata è piccola: è questo un caso particolare di un fenomeno che prende il nome di *risonanza*.

Per tenere in oscillazione la corda occorre comunque una certa forza, perché sono sempre presenti degli attriti (la corda non è mai perfettamente elastica, i supporti non sono completamente rigidi) e inoltre la corda oscillando muove l'aria intorno ed emette suono, che porta via un po' di energia.

Se tutti questi effetti dissipativi non fossero presenti l'oscillazione, una volta eccitata, si manterrebbe indefinitamente: avremmo un'onda stazionaria. Per quello che abbiamo detto, anche un'onda stazionaria sulla corda può avere solo certe frequenze discrete, tutte multiple di una *fondamentale*, come per i fotoni.

Stati stazionari di altre particelle

Ciò che è vero per i fotoni è vero per qualsiasi tipo di particella, ad es. per gli elettroni: anche un elettrone fra due pareti riflettenti può trovarsi in uno stato stazionario, ma solo per certe lunghezze d'onda, ossia — grazie alla relazione di de Broglie — per certe energie. Vediamo più in dettaglio.

Il ragionamento che ci ha portato alla (3-4) resta immutato in tutti i casi, perché la relazione di de Broglie ha validità generale. Invece il calcolo dell'energia è diverso. Per un elettrone ad es. avremo

$$E_n = \frac{p^2}{2m} = \frac{n^2 h^2}{8ml^2}. \quad (3-5)$$

Abbiamo così ritrovato la quantizzazione dei livelli di energia, in un caso particolarmente semplice, sulla base della nuova meccanica delle ampiezze. Il fatto importante è che per questa via possiamo veramente calcolare le energie di tutti i livelli.

È istruttivo vedere che valori si ottengono se come distanza tra le due pareti si prende il diametro tipico di un atomo, cioè $l = 2 \cdot 10^{-10}$ m. Ricordando il valore della costante di Planck, e quello della massa dell'elettrone, si trova $E_1 \simeq 9$ eV, $E_2 \simeq 36$ eV, ecc.: cioè il giusto ordine di grandezza per le distanze dei livelli.

S'intende che un atomo non è una scatola a pareti riflettenti: è l'attrazione elettrostatica del nucleo che trattiene l'elettrone e lo fa andare avanti e indietro. Non è però facile estendere il calcolo alla vera situazione di un atomo: sebbene il problema fisico sia lo stesso, la matematica è molto più complicata (equazione di Schrödinger).

Questo modello semplicistico è però sufficiente a spiegarci non solo la quantizzazione dei livelli atomici, ma anche la differenza fra le energie degli atomi e quelle dei nuclei. Basta ragionare come sopra, usando protoni o neutroni al posto di elettroni, e sostituendo alle dimensioni atomiche quelle tipiche di un nucleo (qualche 10^{-15} m). Lo stesso calcolo ci dà come ordine di grandezza dei livelli nucleari 10 MeV. I livelli nucleari sono molto più separati dei livelli atomici, soprattutto *perché i nuclei sono molto più piccoli*.

L'effetto tunnel

Apriamo ora una parentesi, che ci preparerà la strada per andare oltre. Vogliamo discutere brevemente una delle forme di radioattività, e precisamente l'emissione di particelle α dai nuclei.

I fatti sono questi: alcuni nuclei, tra i quali il più importante è l'isotopo 238 dell'uranio (^{238}U) sono radioattivi α , il che vuol dire che emettono spontaneamente particelle α trasformandosi in nuclei più leggeri (l'uranio si trasforma in torio, ^{234}Th). Le particelle α sono nuclei di elio, ossia un insieme di 2 protoni e due neutroni legati tra loro: si tratta dunque di particelle positive, di carica $+2e$ e di raggio (conosciuto da altri esperimenti) di circa $2 \cdot 10^{-15}$ m.

Nel caso dell'uranio si osserva che le particelle α vengono emesse con energia cinetica di circa $4.2 \text{ MeV} = 6.7 \cdot 10^{-13} \text{ J}$. Da qui nasce un problema. Infatti il nucleo rimanente (^{234}Th) ha un raggio di circa $8 \cdot 10^{-15}$ m e una carica $+90e$: è facile calcolare l'energia potenziale fra quel nucleo e la particella α appena fuori, e si trova $4 \cdot 10^{-12} \text{ J} = 26 \text{ MeV}$. Com'è possibile che una particella la cui energia cinetica è di soli 4 MeV attraversi una "barriera di potenziale" alta 26 MeV?

A dire il vero il fenomeno non è molto frequente: infatti la vita media del ^{238}U è di oltre 4 miliardi di anni, il che vuol dire che se avessimo in una provetta 4 miliardi di atomi di uranio, vedremmo emessa in media una particella α all'anno. Però in un grammo di uranio ci sono $N_A/238 = 2.5 \cdot 10^{21}$ atomi, e perciò un grammo di uranio emette $6 \cdot 10^{11}$ particelle α all'anno, ossia $2 \cdot 10^4$ al secondo.

Comunque la conservazione dell'energia sembrerebbe vietare in modo assoluto il decadimento α , che invece esiste, e in altri nuclei è anche più abbondante che per l'uranio. È questa un'altra "stranezza" dei fenomeni quantistici: una particella può attraversare una barriera di potenziale più alta della sua energia cinetica, come se potesse scavarci una galleria. . . Per questo motivo, il fenomeno ha ricevuto il nome figurato di "effetto tunnel."

A noi non interessa ora cercarne una spiegazione più approfondita: ci basti concludere che grazie all'effetto tunnel esiste un'ampiezza diversa da zero anche al di là di una barriera di potenziale. Aggiungiamo solo che questa ampiezza decresce molto rapidamente quanto più la barriera è spessa: più esattamente, il decremento segue una legge esponenziale.

Riflessione totale e onde evanescenti

Un fenomeno che riguarda i fotoni, ed è del tutto simile all'effetto tunnel, era in realtà noto da tempo. Ricordiamo anzitutto che quando la luce va da un mezzo più rifrangente a uno meno, esiste un *angolo limite* d'incidenza: al di là di quel valore la luce non passa nel mezzo meno rifrangente, ma viene completamente riflessa. Dunque la riflessione *parziale* di cui abbiamo parlato all'inizio si trasforma in *totale*.

Per esempio, nel passaggio dall'aria al vetro l'angolo limite è intorno a 40° : perciò l'incidenza a 45° dà già luogo a riflessione totale. Si sfrutta questo effetto nei *prismi a riflessione totale*, usati ad es. nei binocoli per raddrizzare l'immagine.

A prima vista, la riflessione totale non ha niente a che vedere con l'effetto tunnel; ma ragioniamo. Se accostiamo due prismi in modo che siano a contatto lungo le ipotenuse (fig. 3-15) avremo di fatto costruito un unico cubetto di vetro, e la luce l'attraverserà senza riflettersi affatto; se ora stacciamo i due prismi (fig. 3-16) avremo riflessione totale e la luce cambierà completamente direzione. Non è strana questa brusca discontinuità nel comportamento della luce (ossia dei fotoni)?

Infatti se si esegue l'esperimento con cura si vede che quando le facce dei due prismi sono staccate, ma di pochissimo (poche lunghezze d'onda della luce) si ha in effetti una debole trasmissione attraverso lo straterello d'aria (fig. 3-17); l'intensità della luce trasmessa (ossia il numero di fotoni) cala però molto rapidamente al crescere della distanza tra i prismi. Anche qui abbiamo che dei fotoni che non dovrebbero passare dal vetro all'aria, e quindi non potrebbero riapparire nel secondo prisma, invece riescono a farlo, sia pure con piccola probabilità. Dobbiamo dunque accettare che esiste un'ampiezza (piccola, ma non nulla) per il fotone emesso dalla sorgente S e rivelato da R.

Questa parte è ancora largamente incompleta.

Ringrazio Umberto Penco per le utili discussioni, e per aver dato veste professionale alle figure.

La Fisica Quantistica nella Scuola Secondaria: proposte e problemi *

Elio Fabri

Dipartimento di Fisica – Università di Pisa

————— o —————

Premessa

L'introduzione di argomenti di fisica quantistica nella scuola secondaria è oggetto di studio e discussione in tutto il mondo da alcuni decenni, in forme che dipendono naturalmente dalle diverse situazioni nazionali. Anche in Italia il problema è ben presente, ma non sembra che sia stata raggiunta una soluzione allo stesso tempo sufficientemente approfondita e che incontri un ragionevole consenso tra i ricercatori. Non si possono certo considerare “soluzioni” le presentazioni che molti libri di testo danno di “argomenti di fisica moderna.”

Si vuole qui illustrare lo stato provvisorio di una ricerca condotta sotto lo stimolo di un gruppo di lavoro dell'AIF, ricerca che si propone i seguenti obbiettivi:

- definire, per quanto possibile, un insieme di contenuti (fenomeni, concetti, applicazioni pratiche, ecc.) di fisica quantistica che possano trovar posto nei corsi di fisica del triennio della nostra scuola secondaria superiore;
- identificare le linee di approccio alla materia che consentano di fornire i contenuti indicati in un tempo ragionevole e con efficacia accettabile;
- mettere a fuoco i problemi nodali, cioè da un lato le scelte che occorre fare dati i limiti temporali e quelli imposti dal livello di maturità degli allievi, dall'altro i punti dove si prevedono particolari difficoltà, o dove non si sa al momento identificare una soluzione soddisfacente.

La vastità e complessità del problema rendono chiaramente impossibile raggiungere risultati completi in breve tempo; inoltre una ricerca su temi di questa portata dovrebbe essere condotta su scala più ampia, se non altro per consentire un confronto d'idee, e verificare concordanze e divergenze. Pertanto qui si vogliono solo enunciare in modo sommario alcune idee, allo scopo di avviare una prima discussione.

Un problema a parte, che non rientra in questa ricerca ma dev'essere tenuto presente, è quello della formazione degli insegnanti. Credo sia riconosciuto da tutti che la preparazione dell'insegnante di fisica medio in Italia sulla fisica quantistica non può essere ritenuta sufficiente (il che naturalmente pone qualche domanda, qui fuori tema, sull'efficacia dell'insegnamento universitario). Perciò

* Relazione al Convegno GNDF, Roma 12–11–1987;
Atti del VI Convegno del GNDF, 99 (1988).

la traduzione di qualsiasi progetto in concrete sperimentazioni, o ancor più l'inserimento organico della materia in un programma ministeriale, richiederebbero iniziative organiche di formazione.

Anche se dovrebbe essere cosa ovvia, è bene sottolineare la necessità che tutto il corso di fisica sia pensato in vista dello scopo che qui ci si propone (molti libri di testo non danno certo questa impressione). Qualunque giudizio se ne voglia dare per altri versi, il PSSC resta a mio parere l'esempio più chiaro di ciò che intendo: un corso concepito fin dall'inizio in modo da preparare l'allievo alla fisica moderna.

Questo può anche essere enunciato (in modo un po' riduttivo) come il "problema dei prerequisiti": quali idee e parti della fisica tradizionale sono assolutamente essenziali e formative per la fisica quantistica?

Altro problema scontato, ma non per questo meno scottante, è quello dei "tagli." È chiaro che non si può semplicemente aggiungere materia al programma di fisica, almeno se le ore restano le stesse; ma anche un consistente aumento dell'orario non dovrebbe indurre a un puro accumulo di materia: la maturità generale degli allievi e i loro tempi di assimilazione non consentono di anticipare semplicemente alcune parti per far posto in seguito ad altre "più moderne."

Le virgolette hanno lo scopo di porre un terzo problema: si può tagliare un argomento solo perché "vecchio"? La mia risposta è che esiste un *valore della fisica classica* che non sta solo nel suo significato storico, nè nella sua ampia validità attuale in tantissime applicazioni (e questo bisognerebbe farlo capire bene: i fisici di oggi non fanno tutto con l'equazione di Schrödinger o di Dirac, e tanto meno con le teorie di gauge o con le superstringhe). Esiste anche un *valore concettuale* della fisica classica: idee che sono di grandissima importanza ancor oggi negli sviluppi più avanzati, e che sono nate nel secolo scorso o ancora più indietro (alcuni esempi che possono venire in mente: l'idea di campo e il principio di sovrapposizione, i principi di relatività e di equivalenza, i concetti della termodinamica).

Senza per ciò volersi avviluppare in una situazione in cui ogni problema richiede che prima ne venga risolto un altro, il quale a sua volta . . . , è chiaro che una proposta organica sull'introduzione di argomenti di fisica quantistica dovrà indicare quali siano i prerequisiti necessari, e viceversa quali "economie" siano possibili nell'intero curriculum. Per il momento, a questi aspetti ho potuto dedicare solo cenni occasionali.

Quale approccio per la fisica quantistica?

Entrando in argomento, la prima cosa che forse occorre discutere è la scelta dell'approccio. Non sono in genere favorevole a un approccio storico, per diverse ragioni:

- a) quello che spesso viene presentato come approccio storico è in realtà solo una ricostruzione col senno di poi, che spesso con la vera storia dei fatti e delle idee ha poco in comune;
- b) in particolare, un'analisi storica accurata dimostra che spesso i cosiddetti “esperimenti cruciali” non hanno avuto affatto quella funzione (v. esperimento di Michelson);
- c) non è affatto detto che il modo in cui si è arrivati a capire le cose nel tempo sia quello didatticamente più accessibile;
- d) può accadere che altre vie portino meglio a cogliere la sostanza delle idee che si vogliono trasmettere, senza passare per i tentativi ed errori di cui è piena qualsiasi ricerca viva.

Va anche osservato che l'approccio storico non è affatto seguito per i capitoli più tradizionali della fisica, quelli la cui nascita e sistemazione sono più lontani da noi: sembra dunque che l'attrazione che esercita l'idea d'insegnare nel suo sviluppo storico la fisica moderna derivi più che altro da una certa inerzia, ossia dalla tendenza a ripetere il modo come noi l'abbiamo imparata. Il che ci riporterebbe all'insegnamento universitario: basti qui osservare che se una presentazione storica è forse inevitabile per argomenti freschissimi (e in tal caso non è neppure storica, è solo “d'attualità”) non lo è, e non si giustifica più, quando si parla della fisica di 50 o 100 anni fa, che ormai ha assunto una sistemazione concettuale ben diversa da quella che aveva agli inizi.

Naturalmente non c'è dubbio che uno studio della storia di una ricerca, proprio attraverso i tentativi, gli esperimenti decisivi e quelli contestati, le influenze dei pregiudizi o in generale le visioni filosofiche dell'epoca e di certi gruppi, possa avere un grande valore per capire il significato della ricerca scientifica e dei suoi risultati in diverse fasi della storia della civiltà; solo che si tratta di un obiettivo totalmente diverso dalla didattica della fisica, e si dovrebbe anche discutere se tale obiettivo sia perseguibile (o almeno in che misura reale lo sia) nella scuola secondaria.

Sempre sul tema dell'approccio migliore, un'osservazione va fatta: la fisica quantistica (come per altro verso anche la relatività) si caratterizza, agli occhi del profano — e temo anche di molti docenti — come un campo pieno di paradossi, dove non si è mai sicuri di quello che sembra più ovvio e naturale, dove accadono cose che sembrano sfidare il senso comune, ecc. S'intende che questo non è affatto vero per gli “addetti ai lavori,” i quali anzi mostrano spesso il difetto opposto: tendono ad essere acritici, a usare le “prescrizioni di calcolo” senza domandarsi più che cosa significano da un punto di vista generale (il famoso disprezzo di molti fisici per la “filosofia”) e di conseguenza nel loro insegnamento trascurano di discutere i problemi inerenti, lasciando così disarmati i loro allievi (tra cui i futuri insegnanti) proprio di fronte ai presunti paradossi di cui si diceva.

È perciò essenziale mettere gli allievi al riparo da tali false impressioni, e far capire subito che la fisica moderna è una scienza comprensibile, razionale,

con le sue regole, il suo linguaggio, e prima di tutto i suoi *fatti*. Non è il caso qui di addentrarsi in una discussione — che sarebbe davvero filosofica — di che cosa sia un “fatto” in fisica; ma il punto è centrale, per quello che segue, poiché la linea didattica che sto per esporre si basa prima di tutto su questo principio: la fisica quantistica si appoggia su di un insieme di *fatti*, i quali da un lato sono inconciliabili con la struttura teorica della fisica quale era conosciuta alla fine del secolo scorso; ma dall’altro — se presi per buoni, com’è inevitabile — già consentono di comprendere molte cose, di collegare tra loro campi di fenomeni: e questo anche prima di una teoria che ne dia una spiegazione unitaria e coerente.

La presentazione che al momento ritengo soddisfi meglio le esigenze sopra espresse si sviluppa in 4 capitoli:

1. La quantizzazione come fatto
2. Statistica dei sistemi quantizzati
3. Leggi di propagazione della radiazione e. m. e della materia
4. Conseguenze e applicazioni.

1. La quantizzazione come fatto

È mia opinione che sia opportuno iniziare il discorso dal riconoscimento di fatto che esiste la quantizzazione:

- a) dei livelli atomici
- b) della radiazione e. m.

Intendo con ciò proporre che si mostrino i fatti fondamentali che provano questa realtà, *senza avanzare alcuna interpretazione* al di là della pura evidenza.

Naturalmente questa proposta si scontra con un problema ben noto: esistono fatti sperimentali *neutri* (cioè che non presuppongono uno schema teorico)? E in conseguenza: è possibile parlare di fatti “senza interpretazione”? La mia risposta è che naturalmente non si può essere così ingenui, ma la proposta va intesa non tanto nel senso in cui la leggerebbe un filosofo della scienza, ma in quello più modesto del “fisico qualunque”: intendo dire che alla luce degli stessi schemi interpretativi della fisica classica alcuni esperimenti impongono un’evidenza a cui è difficile sfuggire — e che perciò è bene presentare al più presto — circa l’esistenza di situazioni quantistiche. Questo andrebbe fatto all’inizio senza tentare immediatamente di proporre un nuovo schema interpretativo, e ciò per due ragioni:

- a) uno schema soddisfacente sarebbe prematuro, e uno possibile a quel punto è largamente insoddisfacente;
- b) anche senza tentare un nuovo schema, i fatti quantistici consentono di trarre deduzioni e di spiegare altri fatti, e questo è un insegnamento di metodo che mi sembra utilissimo in sé: la fisica procede sempre in questo modo, non si attende la “teoria generale” per cercare di capire quello che è possibile.

1.1. La quantizzazione dei livelli atomici

L'esperienza dimostra che nei sistemi atomici sono possibili soltanto valori discreti di energia, caratteristici di ciascun sistema. Il punto di partenza più adatto è l'esperimento di Franck–Hertz, per diverse ragioni:

- si tratta di un esperimento direttamente eseguibile, per il quale esistono attrezzature già pronte, nonché il film del PSSC;
- l'interpretazione dell'esperimento fa uso di concetti semplici ma fondamentali della fisica classica: principi di conservazione, campo elettrico e potenziale; ha quindi un'utile funzione di richiamo e motivazione dell'importanza di tali concetti;
- è un esempio importante di un fatto generale: nella fisica microscopica i numeri hanno un ruolo basilare: l'esperimento permette di *misurare* le distanze fra i livelli, cioè non è solo qualitativo.

Naturalmente dovranno essere state premesse le idee sulla struttura atomica (elettroni, modello di Rutherford, ordine di grandezza delle dimensioni).

Si dovrà far notare in modo chiaro che la quantizzazione dell'energia non è spiegabile con la fisica classica, e quindi pone un grave problema: però *è un fatto*. Niente impedisce di osservare anche che la quantizzazione non è una particolarità dei sistemi atomici; solo che in quel caso l'effetto è molto più visibile, mentre nei casi macroscopici è generalmente del tutto trascurabile.

È molto importante far vedere che la quantizzazione dei livelli permette già di trarre delle conseguenze (con ordini di grandezza): prima di tutto sulle dimensioni e sulla stabilità degli atomi e delle molecole, sulla “solidità” della materia. È ben noto che una grave difficoltà del modello di Rutherford è la sua instabilità per irraggiamento. A parte ciò, le dimensioni delle orbite appaiono arbitrarie, e perciò non si vede come mai gli atomi di uno stesso elemento risultino tutti uguali (come è provato ad es. dall'esistenza dei cristalli). Se invece l'energia è quantizzata, e in particolare se esiste un'energia minima, esiste anche una dimensione minima degli atomi, fissata una volta per tutte per gli atomi della stessa specie.

Su questo punto vorrei insistere, perché si tratta di qualcosa che è facile dare per scontato. Nella fisica classica non ci sono grandezze fondamentali che fissino le dimensioni degli oggetti (ad es. del sistema solare): tanti Soli uguali potrebbero benissimo avere sistemi planetari molto differenti per dimensioni, numero di pianeti, ecc. Invece gli atomi d'Idrogeno *sono tutti identici*, e questo è essenziale per la chimica. La spiegazione di questa identità non esiste nella fisica classica. Ora non abbiamo “la spiegazione,” ma abbiamo ricondotto questo fatto a un altro più semplice: la quantizzazione dell'energia.

Un'altra idea che mi sembra affascinante è quella del *quantum ladder*. La quantizzazione dell'energia spiega perché nella fisica dei gas possiamo trattare gli atomi come palline senza gradi di libertà interni. Infatti a temperatura ambiente

le energie cinetiche tipiche degli atomi sono molto più piccole dei salti tra i livelli atomici, ed è perciò molto improbabile che un atomo venga eccitato per urto; il che è quanto dire che resta sempre nello stato fondamentale e non scambia energia con gli altri: si comporta dunque come un sistema privo di gradi di libertà interni. In particolare, questo spiega il successo della teoria classica dei calori specifici in molti casi; dei casi anomali (sia per le molecole, sia per i solidi) dirò qualcosa più oltre. Paradossalmente, in questo caso la quantizzazione salva dunque una teoria classica (la meccanica statistica di Maxwell–Boltzmann) che sarebbe invece incompatibile con la struttura interna degli atomi, se la fisica classica avesse validità incondizionata.

Lo stesso accade per i nuclei nella fisica atomica: le distanze dei livelli nucleari sono molto maggiori (dell'ordine di 10^4 volte) di quelle dei livelli atomici, e perciò negli esperimenti di fisica atomica (chimica, spettroscopia, ecc.) il nucleo si comporta come un punto senza gradi di libertà interni.

Ritengo assolutamente cruciale che tutti questi discorsi siano accompagnati dalla discussione degli ordini di grandezza: mentre nella fisica classica masse, cariche, distanze, sono poco rilevanti, nel senso che le formule vanno sempre bene e la fisica non cambia qualitativamente, nella fisica microscopica ciò non è più vero, a causa dell'intervento delle *costanti fondamentali*.

I prerequisiti essenziali per questo capitolo sono: il modello atomico dei gas, le unità di misura, energia meccanica ed elettrostatica, quantizzazione della carica.

1.2. *La quantizzazione della radiazione e. m.*

La linea è quella canonica: si parte dall'effetto fotoelettrico, presentando in primo luogo il fenomeno e dando poi l'interpretazione di Einstein.

Mentre nel punto di partenza non c'è niente di originale, le questioni sorgono sull'interpretazione. Di solito si usa l'effetto fotoelettrico (o analoghi) per introdurre la natura corpuscolare della radiazione e il dualismo onda-corpuscolo. Poiché la questione del dualismo mi sembra una delle più delicate dell'intero argomento, sarei stato in un primo tempo del parere di non toccarla affatto, rimandandola al momento in cui si parla di proprietà ondulatorie degli elettroni. All'inizio si sarebbe potuto trattare l'effetto fotoelettrico come prova soltanto del carattere quantistico dell'assorbimento (e poi dell'emissione) di radiazione. Questo approccio "reticente" aveva però il difetto di lasciare nel buio circa il misterioso comportamento di una radiazione che si propagherebbe secondo le leggi classiche, ma verrebbe emessa e assorbita in modo quantizzato. Senza contare che di fotoni ormai se ne parla dappertutto, più o meno a sproposito, e sarebbe quasi ridicolo tacerne, come se si trattasse di cose oscene. . .

Resta il fatto che le trattazioni usuali mi sembrano poco comprensibili (anche quando siano corrette come sostanza) e restano sempre soggette all'obiezione d'introdurre questo misterioso dualismo, che è un esempio tipico di quelle cose

che vanno contro il senso comune, cui facevo riferimento più sopra. In una seconda riflessione mi sono perciò orientato verso una presentazione che affronti la questione in modo diretto: anche in questo caso abbiamo dei fatti che ci obbligano a prendere atto che la descrizione accettata dalla fisica dell'800 (le onde e. m.) non descrive correttamente la realtà: la luce (e la radiazione e. m. in generale) è *fatta di particelle*.

Sono certo che un'affermazione così perentoria sarà accolta con qualche sorpresa. Anche se il lettore vorrà farmi credito di conoscere perfettamente come viene generalmente presentato questo argomento anche nei corsi universitari (compresi quelli tenuti da chi scrive, lungo molti anni) ritengo di coprirmi le spalle con le parole di un'indiscutibile autorità nel campo:

“I want to emphasize that light comes in this form — particles. It is very important to know that light behaves like particles, especially for those of you who have gone to school, where you were probably told something about light behaving like waves. I'm telling you the way it does behave — like particles.

“You might say that it's just the photomultiplier that detects light as particles, but no, every instrument that has been designed to be sensitive enough to detect weak light has always ended up discovering the same thing: light is made of particles.” ([5], p. 15)

Scherzi a parte, la citazione di Feynman svolge a questo punto una funzione molto più importante: quella di presentare la fonte di un approccio alla meccanica ondulatoria che mi sembra più soddisfacente di altri a me noti, e che mi propongo di tradurre in una proposta didattica. Ma su questo si tornerà più avanti.

Una volta introdotti i fotoni, e messo bene in evidenza che la loro esistenza è incompatibile con la teoria di Maxwell, ma ciononostante è *un fatto*, ci sono tutta una serie di conseguenze, legate alle soglie fotoelettriche, che è bene trattare. A titolo di esempio: reazioni fotochimiche (inclusa la fotosintesi), applicazioni tecniche (fotorivelatori, celle fotovoltaiche). Lo scopo è quello già indicato: prima di affrontare questioni più di principio, è bene mostrare che il nuovo paradigma s'impone anche a causa della massa di successi esplicativi che i nuovi fatti permettono.

Non mi sembra invece il caso di affrontare il problema del corpo nero, anche se storicamente è stato il punto di partenza. Ritengo infatti che nella scuola secondaria non sia possibile esporre in modo accessibile neppure la natura del problema, che richiede potenti astrazioni, a cominciare dalla stessa applicazione della termodinamica alla radiazione.

1.3. *Conseguenze combinate di 1.1 e 1.2*

Nello spirito già illustrato, di far vedere che i nuovi fatti quantistici consentono un primo schema interpretativo anche in assenza di una teoria comprensiva,

trovo molto opportuno presentare alcune conseguenze delle due specie di quantizzazione già viste.

In primo luogo si tratterà degli spettri atomici in emissione e assorbimento: la relazione di Planck per i fotoni e la quantizzazione dei livelli atomici portano alla regola di Bohr; viceversa i dati spettroscopici permettono di ricavare la struttura dei livelli di un dato tipo di atomo. Si arriva così *per via empirica* alla formula dei livelli dell'atomo d'Idrogeno.

Pensando alle applicazioni, si può ad es. trattare della fluorescenza, con relativi sviluppi tecnici (es. i tubi fluorescenti). Un'elegante conseguenza delle stesse idee si ha nell'astrofisica con la spiegazione del meccanismo di emissione di luce nelle nebulose planetarie (e volendo, si potrebbe accennare alla storia del Nebulio).

Verrebbe qui naturale parlare di emissione spontanea e indotta, ma esiste un problema non solo didattico. Non è corretto presentare, come spesso si fa, l'emissione spontanea come una "tendenza" di un sistema a tornare allo stato di minima energia. Una tale tendenza per un sistema isolato non esiste affatto, e se spesso lo stato fondamentale appare favorito è solo in conseguenza di un equilibrio statistico: esattamente come, a bassa temperatura, una fase condensata è favorita rispetto alla fase gassosa, o come un gas neutro è lo stato stabile rispetto a un plasma. Basta però cambiare le condizioni per avere equilibri diversi, e ciò accade anche per l'equilibrio tra emissione e assorbimento di radiazione. Com'è noto, la scoperta della relazione necessaria tra le probabilità di emissione e assorbimento è dovuta ad Einstein (1917).

Non ho trovato (almeno per ora) come affrontare questo argomento in modo semplice e senza dare idee sbagliate. Di conseguenza, non so in che forma si possa parlare del laser, che oltre all'equilibrio emissione-assorbimento richiede di chiarire l'emissione indotta, e soprattutto il suo carattere di coerenza.

2. Statistica dei sistemi quantizzati

Una presentazione della fisica quantistica non può prescindere, a mio giudizio, dagli aspetti statistici: mi riferisco alle implicazioni della quantizzazione dei livelli negli equilibri statistici, in varie situazioni. Tra l'altro, questo è un esempio della tesi enunciata sopra: che si possono dare conseguenze fisicamente assai significative della quantizzazione anche prima di averne fatta una teoria completa. Inoltre questo aspetto è relativamente più semplice e accessibile anche nella scuola secondaria.

Come obiettivo, si dovrebbe arrivare alla distribuzione di Boltzmann per sistemi discreti di livelli: una soluzione potrebbe essere di far vedere come un sistema di atomi evolve verso la distribuzione di Boltzmann dei livelli di energia interna in conseguenza degli urti, cosa ottenibile ad es. con una simulazione a calcolatore. Tra parentesi, è questo un caso nel quale non vedo obiezioni all'uso di una simulazione, che sostituisce un calcolo impossibile con gli strumenti

matematici disponibili, e nello stesso tempo trasmette bene l'idea fisica sottostante.

Quale primo esempio di conseguenza della diversa popolazione dei livelli, si potrebbe mostrare l'effetto sull'emissione e assorbimento della luce da parte degli atomi. Una bella applicazione astrofisica è l'influenza della temperatura sugli spettri stellari: più in particolare l'aumento e poi la diminuzione nell'intensità della serie di Balmer al crescere della temperatura nelle classi spettrali da M a O, dovuta al fatto che la popolazione del primo livello eccitato (da cui parte la serie di Balmer in assorbimento) dapprima aumenta al crescere della temperatura, e poi ricade man mano che si popolano i livelli più eccitati, fino alla ionizzazione.

Distribuzione di Boltzmann e livelli discreti permettono poi di spiegare le anomalie dei calori specifici (congelamento dei gradi di libertà a bassa temperatura). Anche qui il calcolatore può essere un ausilio prezioso.

Darei anche spazio alle reazioni chimiche, introducendo l'energia di attivazione per spiegare la dipendenza della velocità di reazione dalla temperatura: fenomeno di grande importanza sia nella chimica industriale sia nella biologia.

Non mi sembra invece opportuno trattare le statistiche di Bose e Fermi: le presentazioni "elementari" in termini di conteggio di stati hanno sempre qualcosa di misterioso, mentre una discussione più seria, basata sulle proprietà di simmetria del vettore di stato rispetto allo scambio, non può essere introdotta a questo punto (e neppure dopo, a mio parere). Purtroppo questa rinuncia ha il grave inconveniente di rendere impossibile di trattare i livelli elettronici dei solidi, e quindi di parlare di metalli, isolanti, semiconduttori, ecc. Credo perciò che sia necessario studiare ancora questo punto, per vedere se esista una soluzione.

Detti in breve, i prerequisiti essenziali sono: concetto di probabilità, teoria cinetica dei gas, calori specifici in termodinamica.

3. Leggi di propagazione della radiazione e della materia

Occorre ora discutere una questione lasciata da parte all'inizio: sebbene il carattere corpuscolare della radiazione sia un fatto, esso sembra incompatibile non solo con la teoria di Maxwell, ma anche con altri fatti: quelli che provano il carattere ondulatorio della radiazione. Per di più lo stesso problema si presenta in altri casi: sebbene gli elettroni appaiano, alla luce dei primi esperimenti, come corpuscoli descritti dalla meccanica classica, esistono fatti che ne mostrano un "comportamento ondulatorio." In realtà, una volta chiariti gli aspetti quantitativi, cioè gli ordini di grandezza dei parametri rilevanti in ciascun caso, un tale comportamento "duale" risulta un fatto universale.

La linea che si propone è di presentare tali "proprietà ondulatorie" come *fatto sperimentale*, basandosi su esperimenti d'interferenza. È qui particolarmente importante evitare termini e considerazioni che possano indurre falsi problemi filosofici, quali un presunto "ruolo dell'osservatore" e simili. L'esposizione segue

da vicino quella adottata da Feynman in diversi libri, scritti per lettori di diversi livelli (v. bibliografia) e sarà esposta in forma più estesa del resto, per il suo carattere un po' meno tradizionale.

3.1. *Gli esperimenti di Young e di Taylor con i fotoni*

Un buon punto di partenza è la descrizione di un fotomoltiplicatore. A forti intensità di luce, il fotomoltiplicatore può essere visto come un misuratore d'intensità: fornisce una corrente proporzionale all'intensità della radiazione. A bassi livelli invece il fotomoltiplicatore dà impulsi discreti, uno per ciascun atto elementare di assorbimento.

Se si ripete lo storico esperimento di Young usando un fotomoltiplicatore come rivelatore, si trova che ad alte intensità il comportamento della luce è quello di un'onda classica (come lo si può vedere ad es. con un ondoscopio): si ha interferenza, ossia l'effetto sul rivelatore con i due fori aperti non è additivo in termini d'intensità. Se però si considerano le ampiezze delle due onde difratte, si vede che coi due fori aperti queste si sommano (principio di sovrapposizione). Più esattamente: per calcolare l'ampiezza dell'onda sul rivelatore occorre tener presente che l'onda può arrivare in quel punto, partendo dalla sorgente, lungo due strade diverse (passando per il primo o per il secondo foro). A ciascuna delle due strade corrisponde un'ampiezza e una fase, e l'effetto complessivo si ottiene sommando le due ampiezze, ciascuna con la sua fase. L'intensità dell'onda risultante è proporzionale al quadrato dell'ampiezza.

Misurando l'intensità in diversi punti si ottiene una figura d'interferenza, dovuta alle diverse fasi con cui le due onde arrivano, causa il diverso cammino: ne segue che l'analisi della figura d'interferenza permette di misurare come la fase dipende dal cammino, ossia di misurare la lunghezza d'onda.

A bassa intensità (esperimento di Taylor) è possibile contare i singoli impulsi, cioè registrare l'arrivo di ciascun fotone: tuttavia la distribuzione dei conteggi riproduce la figura d'interferenza classica. Dunque l'ampiezza non è una proprietà dell'insieme dei fotoni, ma della singola particella. Occorrerà trovarne le leggi, e ricavarne previsioni da confrontare con altri esperimenti.

Già l'esperimento di Young-Taylor consente però di ricavare una prima legge (sperimentale): la lunghezza d'onda è legata in modo semplice all'energia dei fotoni. Se è stata trattata la pressione di radiazione, se ne può dedurre che i fotoni trasportano anche impulso, e arrivare così alla relazione di de Broglie.

3.2. *Esperimenti con gli elettroni*

Conviene partire da un esperimento alla Young (ideale): anche in questo caso il conteggio coi due fori aperti *non è additivo*. L'esperimento mostra invece una figura d'interferenza, e quindi porta a introdurre anche per gli elettroni, come già per i fotoni:

- a) l'idea di un' *ampiezza* di propagazione che segue un principio di sovrapposizione;
- b) l'idea di una *probabilità* di rivelazione, proporzionale al quadrato dell'ampiezza.

Sebbene l'esperimento descritto sia ideale, occorre mettere bene in evidenza che questi sono *fatti sperimentali* (esperimenti analoghi, anche se più complessi, sono stati fatti realmente): non è dunque questione d'interpretazione, d'influenza dell'osservatore, ecc. Per dirla con Feynman: “this is the way things are.”

Ovviamente a questo punto si farà notare che anche per gli elettroni gli esperimenti d'interferenza permettono la misura della lunghezza d'onda, e che vale ancora la relazione di de Broglie.

Sorge il problema: da quale foro passa il singolo elettrone? Se s'introduce nell'apparato sperimentale un congegno capace di rivelare il passaggio degli elettroni, si trova che ogni singola particella passa o da uno o dall'altro foro; ma in queste condizioni il risultato dei conteggi diventa additivo, senza più traccia d'interferenza. La cosa non è strana: abbiamo modificato il dispositivo sperimentale, e quindi le sue interazioni con gli elettroni. È questo il senso della *complementarità* di Bohr, sfrondata di connotazioni soggettive.

Andando più in dettaglio si può dire che l'interazione rende incoerenti le due ampiezze, ossia distrugge la loro precisa relazione di fase, così che in termini statistici il termine d'interferenza si annulla, e si ottiene la somma delle probabilità, come ci si aspetterebbe se si trattasse non di elettroni, ma di normali proiettili macroscopici. Non ritengo però che sia possibile arrivare a questo grado di profondità nella discussione.

3.3. Interpretazione: l'ampiezza di propagazione

Molte cose sono già state dette: resta solo da tirare le somme, e preparare il terreno per i successivi sviluppi. Il punto cruciale è la scoperta che il moto di una particella non può essere descritto, come dice la meccanica classica, con una traiettoria: gli esperimenti alla Young dimostrano che una particella emessa da una sorgente e raccolta da un rivelatore “usa” allo stesso tempo *tutti i percorsi possibili, ciascuno con una certa ampiezza*; la probabilità di trovare la particella nel punto di arrivo si ottiene sommando le ampiezze e poi facendo il quadrato del risultato.

In questa somma di ampiezze è essenziale l'intervento delle fasi (le ampiezze sono numeri complessi). Non si può fare a meno di trattare questo punto, ma è da vedere quale sia la strada migliore. Ad es. Feynman [5] usa una rappresentazione grafica dei numeri complessi come vettori nel piano.

Una seconda osservazione va fatta circa l'opportunità di parlare di “onda associata alla particella.” Tutto sommato sarebbe meglio evitarlo, anche se ampiezza e fase sono idee che nel pensiero fisico si associano tradizionalmente ai fenomeni ondulatori. Non parlando affatto di onde associate si evitano i problemi

(o meglio i falsi problemi) connessi al “dualismo onda-corpuscolo.” È questo il motivo per cui in precedenza la parola “ondulatorio” stava sempre tra virgolette, allo scopo di segnalarne un uso non del tutto appropriato.

Quello di cui non si può fare a meno è la variazione della fase lungo il cammino della particella. È abituale chiamare “lunghezza d’onda” la misura del tratto nel quale la fase varia di 2π : si potrebbe forse inventare un altro nome, ma non credo che si risolverebbe gran che: resterebbe comunque la necessità di citare, se non altro per ragioni storiche, la relazione di de Broglie nella forma classica.

Per concludere questa parte rimarrebbero tre cose:

- spiegare il comportamento corpuscolare “classico” nelle condizioni macroscopiche;
- spiegare perché un insieme di fotoni si comporta come un’onda, nel senso che si può misurare ampiezza e fase dell’onda, e non solo la sua intensità (ad es. con le tecniche radio);
- mostrare le conseguenze delle nuove idee.

Il primo punto non pone grandi problemi: basta forse osservare che gli effetti d’interferenza per un oggetto macroscopico sono invisibili a causa della piccolissima lunghezza d’onda (questa non è tutta la storia, come vedremo più avanti parlando della relazione d’indeterminazione, ma potrebbe bastare).

Quanto al secondo punto, le cose si complicano: abbiamo a che fare col problema della coerenza nell’emissione indotta e più in generale col fatto che i fotoni sono bosoni. Sarei perciò del parere di non sollevare il problema, oppure di ricorrere alla solita scappatoia: “andando più a fondo, si può dimostrare che . . .” Del resto non mi sembra che ci sia niente di male a ricordare che non si può capire tutto subito.

Al terzo punto è dedicato il discorso che resta.

3.4. *La propagazione rettilinea e la relazione d’indeterminazione*

Il problema della propagazione rettilinea consiste in questo: se la propagazione di una particella dalla sorgente al rivelatore si descrive con un’ampiezza, quando gli elettroni (o i fotoni) attraversano un foro quest’ampiezza — e quindi la probabilità di rivelare la particella — non sarà mai nulla, anche in un punto non allineato con la sorgente e il foro. Stando così le cose, come si spiega la propagazione rettilinea?

Naturalmente stiamo scoprendo la diffrazione, solo che dal punto di vista didattico la questione è capovolta rispetto alla presentazione tradizionale: dobbiamo spiegare perché la diffrazione non è un fenomeno dominante in ogni situazione.

La soluzione che mi sento di proporre è di far ricorso anche qui a un calcolatore: ma non a scopo di simulazione, bensì di calcolo numerico. Non è affatto

difficile calcolare l'ampiezza per diverse geometrie, e dimostrare quello che ogni fisico sa: che l'angolo di diffrazione è dell'ordine del rapporto fra lunghezza d'onda e dimensioni del foro. Non solo: si può anche far capire perché questo accade: sommando le ampiezze di propagazione per diversi punti del foro si vede che solo vicino alla propagazione rettilinea le fasi sono pressoché uguali, in modo che le ampiezze si sommano costruttivamente.

Dalla diffrazione attraverso un foro alla relazione d'indeterminazione il passo è breve. Com'è noto, questo è il “cavallo di battaglia” di molta filosofia — specie della cattiva filosofia — e basterebbe questo per essere molto prudenti nel parlarne.

Si sarà osservato l'uso del termine “relazione” al posto del più tradizionale “principio”: ciò allo scopo di mettere in evidenza:

- a) che non si tratta di un postulato indipendente;
- b) che esso ha un significato oggettivo, esprime una proprietà della materia, e non dipende dall'osservatore.

Tutto sommato non credo però che la relazione d'indeterminazione svolga un ruolo utile nella didattica della fisica a questo livello. È perfettamente vero che ancor oggi nella pratica fisica ci si può fare ricorso come scorciatoia per stimare qualche effetto importante: ma per un principiante i rischi di fraintendimenti sono troppo alti rispetto alla sua utilità. Altra cosa sarebbe il suo interesse storico, ma di ciò si è già detto. In conclusione, anche qui vorrei appoggiarmi a Feynman:

“... This is an example of the ‘uncertainty principle’: there is a kind of complementarity between knowledge of where the light goes between the blocks and where it goes afterwards — precise knowledge of both is impossible. I would like to put the uncertainty principle in its historical place: when the revolutionary ideas of quantum physics were first coming out, people still tried to understand them in terms of old-fashioned ideas (such as, light goes in straight lines). But at a certain point the old-fashioned ideas would begin to fail, so a warning was developed that said, in effect, ‘Your old-fashioned ideas are no damn good when ...’ If you get rid of all the old-fashioned ideas and instead use the ideas that I’m explaining in these lectures — adding *arrows* for all the ways an event can happen — there is no need for an uncertainty principle!” [5] (p. 55, nota)

3.5. *Gli stati stazionari*

Si può capire la possibilità di stati stazionari studiando la riflessione dei fotoni su due specchi paralleli affacciati. Un fotone può andare da A a B (due punti tra i due specchi) per molte vie: in primo luogo quella diretta, ma poi tutte quelle che comportano una o più riflessioni tra i due specchi.

In generale tutti questi percorsi danno ampiezze sfasate in modo da cancellarsi a vicenda, a meno che lo sfasamento nel percorso di andata e ritorno fra i due specchi non sia multiplo di 2π , ciò che equivale a dire che la distanza tra gli specchi è multipla di mezza lunghezza d'onda. Quando questo accade l'ampiezza si mantiene da sè senza bisogno di una sorgente, e abbiamo un moto del fotone che può durare indefinitamente: uno *stato stazionario*.

Quello che è vero per i fotoni è vero per qualsiasi tipo di particella, ad es. per gli elettroni: dunque un elettrone fra due pareti riflettenti (barriere di potenziale) può trovarsi in uno stato stazionario, ma solo per certe lunghezze d'onda, ossia — grazie alla relazione di de Broglie — per certe energie. Abbiamo così ritrovato la quantizzazione dei livelli di energia, in un caso particolare, sulla base della nuova meccanica delle ampiezze.

Non discuterei l'estensione a casi più complicati, ma mi limiterei a indicare che il problema fisico è lo stesso, solo la matematica è più complicata (equazione di Schrödinger). In particolare, non mi sembra il caso di trattare — come talvolta si fa — gli stati stazionari dell'atomo d'Idrogeno come onde stazionarie su un'orbita circolare. L'aspetto che non mi soddisfa è proprio che bisogna partire da un'orbita circolare, e poi imporre la condizione di onda stazionaria *sull'orbita*: il che è alquanto contraddittorio, e può generare confusioni.

3.6. *L'interpretazione probabilistica*

È già stata anticipata, ma la discussione degli stati stazionari sul segmento permette di precisarla.

Il ragionamento che ha portato agli stati stazionari fornisce anche l'ampiezza punto per punto, con andamento sinusoidale. Se dunque montiamo un rivelatore di elettroni sul nostro sistema, esso fornirà per ogni singolo caso un risultato determinato; ma se si ripete la misura per diversi elettroni si avrà una distribuzione statistica, secondo una densità di probabilità proporzionale al quadrato dell'ampiezza dell'onda (si noti che preferisco non usare il termine “funzione d'onda,” che a rigore non significa niente). Questa è la classica interpretazione di Born, nella forma che definirei “ortodossa minima,” perché evita tutte le implicazioni filosofiche.

Ecco ora una domanda: è il caso di notare che la discussione sull'interpretazione della m. q. non si è mai chiusa, ma che fino ad oggi tutte le prove sperimentali hanno dato esito favorevole?

3.7. *Lo stato come vettore astratto*

Sarebbe un argomento interessante dal punto di vista epistemologico perché illustra i rapporti tra la realtà fisica e la struttura matematica della teoria, ma non credo che lo si possa affrontare. Lo includo perciò solo per completezza, e per un'eventuale discussione.

I risultati visti richiedono una nuova formulazione matematica dello stato di un sistema; il principio di sovrapposizione suggerisce una struttura lineare

(spazio vettoriale). Tutti i possibili stati di un sistema sono elementi di questo spazio astratto (vettori). L'interpretazione probabilistica si traduce nel dire che una misura fornisce una probabilità che è il quadrato (del modulo) di una componente del vettore di stato.

4. Conseguenze e applicazioni

È indispensabile trattare alcune conseguenze e applicazioni, oltre quelle già viste: il problema è solo quello della scelta. Ecco alcune idee:

- Usare la relazione d'indeterminazione, se è stata introdotta, per stimare l'energia dello stato fondamentale dell'atomo d'Idrogeno. L'importanza sta nel fatto che si ottiene, a meno di un fattore numerico, la corretta dipendenza dalle costanti fondamentali, ed è forse questo l'argomento più forte che vedo in favore della relazione d'indeterminazione.
- Calcolo analogo per un nucleo (serve a spiegare il “quantum ladder” citato sopra).
- Effetto tunnel (trattato qualitativamente) come conseguenza delle proprietà dell'ampiezza: un'applicazione recente è quella delle reazioni chimiche a bassa temperatura [6]. Problema: come si fa a giustificare l'estrapolazione della relazione di de Broglie a valori immaginari dell'impulso, e a darne la corretta interpretazione matematica?

Non sarei invece del parere di discutere la struttura degli atomi e il sistema periodico, per molte ragioni: non vedo il modo di dare una giustificazione accettabile dei vari numeri quantici, degenerazioni, ecc.; c'è il problema di spiegare lo spin; il principio di formazione è tutt'altro che semplice (forse impossibile senza l'apparato della meccanica quantistica). In poche parole: è già spiacevole che molti testi di chimica “strapazzino” tutto l'argomento; non mi pare il caso d'incoraggiare questo costume di dare una serie di precetti incomprensibili, e che non lasceranno alcuna traccia educativa. È però evidente che questo è un grosso problema insoluto.

Per tutto questo capitolo i prerequisiti essenziali mi sembrano quelli sulle onde, soprattutto interferenza e onde stazionarie; non tanto perché siano veramente necessari, quanto perché danno un riferimento di fatti e idee che possono far risparmiare parecchio tempo.

Alcuni commenti finali

A parte cose già dette all'inizio circa le scelte, sia di approccio sia di contenuti, che sono ovviamente opinabili, un tema fondamentale di discussione dovrebbe essere quello riassunto nella domanda: quanto tempo ci vuole per fare tutte queste cose?

Sono il primo a rendermi conto che questa proposta è molto estesa, ma al momento non saprei che cosa si possa togliere senza grave danno. Purtroppo

stiamo parlando di almeno 80 anni di fisica, pieni di fatti e d'idee che non si possono riassumere in poche parole. Del resto ho già scelto di fare alcuni tagli di cui non sono affatto contento, ma che erano motivati dall'incapacità di trovare soluzioni che mi soddisfacessero dal punto di vista didattico. Può darsi che un ulteriore lavoro permetta di semplificare un po' o di trovare soluzioni accessibili per qualche tema che è stato sacrificato: tuttavia vorrei che una discussione tenesse ben distinti questi aspetti — in certo modo accessori — dalla valutazione della linea di base.

Un altro tipo di obiezione possibile è che questa proposta sia troppo “difficile.” Qui distinguerei: difficile per gli insegnanti senz'altro, per ragioni che in parte ho spiegate all'inizio, in parte ho esaminato altrove [7]. È per questo che avevo ricordato il problema della preparazione degli insegnanti. Se invece si pensa alla difficoltà per gli allievi, allora vorrei fare qualche esperienza, prima di decidere. Al momento dispongo solo di alcuni indizi, che mi portano a credere che certe difficoltà ci siano più a causa di “incrostazioni culturali” dei docenti che per ragioni di fondo; o quanto meno, che la fisica è tutta difficile, anche quella che ormai ci sembra facile perché ci abbiamo fatto l'abitudine... Ma su questo punto credo di sfondare una porta aperta.

Bibliografia (con aggiornamenti 1992)

- [1] R. P. Feynman: *Quantum Electrodynamics* (Benjamin 1962)
- [2] R. P. Feynman: *The Theory of Fundamental Processes* (Benjamin 1962)
- [3] R. P. Feynman, R. B. Leighton, M. Sands: *The Feynman Lectures in Physics* vol. 3 (Addison–Wesley 1965).
- [4] R. P. Feynman, A. R. Hibbs: *Quantum Mechanics and Path Integrals* (McGraw–Hill 1965).
- [5] R. P. Feynman: *Q E D — The Strange Theory of Light and Matter* (Princeton 1985, trad. ital. Zanichelli).
- [6] V. I. Goldanskij: *Sc. Am.* **254** (1986), 38.
- [7] E. Fabri: *Per un insegnamento moderno della relatività* (Sez. AIF di Lucca e Pisa, 1989).